BERGISCHE UNIVERSITÄT WUPPERTAL

Fachgruppe Mathematik und Informatik

Übungen zur Vorlesung Komplexe Analysis I WiSe 2018/2019

Übungsblatt 9

Dr. Tobias Harz — Abgabe: 21.12.2018, 14 Uhr

Aufgabe 30 (12 Punkte) Seien $f_1, \ldots, f_N \in \mathcal{O}(\mathbb{C}^n)$. Zeigen Sie, dass

$$\Omega := \{z \in \mathbb{C}^n : |f_1(z)| < 1, \ldots, |f_N(z)| < 1\}$$

ein Holomorphiegebiet ist.

Aufgabe 31 (12 Punkte) Zeigen Sie, dass

$$\Omega := \{z \in \mathbb{C}^2 : |z_1| < |z_2| < 1\}$$

ein Holomorphiegebiet ist.

Aufgabe 32 (12 Punkte) Sei $\Omega \subset \mathbb{C}^n$ eine konvexe offene Menge. Zeigen Sie, dass Ω ein Holomorphiegebiet ist.

Hinweis: Verwenden Sie hierfür den folgenden Satz: Ist $M \subset \mathbb{C}^n$ konvex und ist $p \in bM$, so existiert eine $\mathbb{C}$-lineares Funktional $L\colon \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}$ mit $\operatorname{Re} L(p) \geq \sup_M \operatorname{Re} L$.

Aufgabe 33 (12 Punkte) Sei $\{\Omega_j\}_{j\in J}$ eine Familie von Holomorphiegebieten in $\mathbb{C}^n$. Zeigen Sie, dass jede Zusammenhangskomponente von $\operatorname{int}(\bigcap_{j\in J} \Omega_j)$ wieder ein Holomorphiegebiet ist.