BERGISCHE UNIVERSITÄT WUPPERTAL

Fachgruppe Mathematik und Informatik

Übungen zur Vorlesung Komplexe Analysis I WiSe 2018/2019

Übungsblatt 6

Dr. Tobias Harz — Abgabe: 30.11.2018, 14 Uhr

Aufgabe 19 (12 Punkte) Sei $U \subset \mathbb{C}$ offen. Ist $\beta = b_x dx + b_y dy = b' dz + b'' d\bar{z} \in \mathcal{E}^1(U)$ so sind $d\beta, \partial\beta, \bar{\partial}\beta \in \mathcal{E}^2(U)$ definiert durch

$$\begin{aligned} d\beta &:= db_x \wedge dx + db_y \wedge dy \\ \partial\beta &:= \partial b' \wedge dz + \partial b'' \wedge d\bar{z} \\ \bar{\partial}\beta &:= \bar{\partial} b' \wedge dz + \bar{\partial} b'' \wedge d\bar{z} \end{aligned}$$

Zeigen Sie, dass für alle $\beta \in \mathcal{E}^1(U)$ gilt

$$d\beta = \partial\beta + \bar{\partial}\beta.$$

Aufgabe 20 (12 Punkte) Sei $b \in \mathcal{C}^\infty(\mathbb{C})$ mit kompaktem Träger, so dass $\int_{\mathbb{C}} b\, d\lambda \neq 0$, und sei $\beta := b\, d\bar{z}$. Zeigen Sie: Ist $\alpha \in \mathcal{C}^\infty(\mathbb{C})$ eine Lösung der Gleichung $\bar{\partial}\alpha = \beta$, so kann α keinen kompakten Träger haben.

Aufgabe 21 (12 Punkte) Sei $\beta \in \mathcal{E}^{(0,1)}(\mathbb{C}^n)$ mit $\bar{\partial}\beta = 0$. Sind $\alpha_1, \alpha_2 \in \mathcal{C}^\infty(\mathbb{C}^n)$ Lösungen der Gleichung $\bar{\partial}\alpha_j = \beta$, und haben sowohl α_1 als auch α_2 kompakten Träger, so gilt $\alpha_1 = \alpha_2$.

Aufgabe 22 (12 Punkte) Ein Gebiet über $\mathbb{C}^n$ ist ein Paar (Ω, π), wobei

(1) Ω ist ein zusammenhängender Hausdorff-Raum,

(2) $\pi \colon \Omega \to \mathbb{C}^n$ ist ein lokaler Homöomorphismus.

Sei (Ω, π) ein Gebiet über $\mathbb{C}^n$ und sei X ein zusammenhängender topologischer Raum. Sei $x_0 \in X$ ein Punkt und seien $\varphi_1, \varphi_2 \colon X \to \Omega$ stetig mit $\pi \circ \varphi_1 = \pi \circ \varphi_2$ und $\varphi_1(x_0) = \varphi_2(x_0)$. Zeigen Sie, dass $\varphi_1 = \varphi_2$.