BERGISCHE UNIVERSITÄT WUPPERTAL
Fachgruppe Mathematik und Informatik

Übungen zur Vorlesung Riemannsche Flächen WiSe 2017/2018

Übungsblatt 13

Dr. Rafael Andrist Abgabe: 30.01.2018, 16 Uhr

Aufgabe 1 (12 Punkte) Sei X eine einfach zusammenhängende Riemannsche Fläche. Zeigen Sie die folgenden Aussagen:

(1) $H^1(X, \mathbb{C}) = 0$.

Hinweis: Betrachten Sie die Garbe der lokal-konstanten Funktionen als Untergarbe der glatten Funktionen.

(2) $H^1(X, \mathbb{Z}) = 0$.

Hinweis: Betrachten Sie die ganzen Zahlen als komplexe Zahlen und wenden Sie die erste Teilaufgabe an.

Aufgabe 2 (12 Punkte) Sei D ein Divisor auf der Riemannschen Zahlenkugel $\mathbb{P}^1$. Zeigen Sie die folgenden Aussagen:

1. $\dim H^0(\mathbb{P}^1, \mathcal{O}_D) = \max(0, 1 + \deg D)$.
2. $\dim H^1(\mathbb{P}^1, \mathcal{O}_D) = \max(0, -1 - \deg D)$.

Aufgabe 3 (12 Punkte) Sei $X = \mathbb{C}/\Gamma$ ein Torus, $x_0 \in X$ ein Punkt und P der Divisor

$$P(x) = \begin{cases} 1 & \text{falls } x = x_0 \\ 0 & \text{falls } x \neq x_0 \end{cases}.$$

Zeigen Sie, dass

$$\dim H^0(X, \mathcal{O}_{nP}) = \begin{cases} 0 & \text{falls } n < 0 \\ 1 & \text{falls } n = 0 \\ n & \text{falls } n \geq 1 \end{cases}.$$

Hinweis: Verwenden Sie die Weierstraß'sche $\wp$-Funktion.