BERGISCHE UNIVERSITÄT WUPPERTAL

Fachgruppe Mathematik und Informatik

Übungen zur Vorlesung Riemannsche Flächen WiSe 2017/2018

Übungsblatt 12

Dr. Rafael Andrist — Abgabe: 23.01.2018, 16 Uhr

Aufgabe 1 (12 Punkte) Sei $X := \{z \in \mathbb{C} : r < |z| < R\}$, wobei $0 < r < R < \infty$. Bestimmen Sie eine Orthonormalbasis von $L^2(X, \mathcal{O})$ bestehend aus Funktionen der Form

$$\varphi_n(z) = c_n z^n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

Aufgabe 2 (12 Punkte) Sei $X \subset \mathbb{C}$ eine beschränkte offene Menge, $p_1, \ldots, p_k \in X$ und $X' := X \setminus \{p_1, \ldots, p_k\}$. Zeigen Sie, dass die Einschränkungsabbildung

$$L^2(X, \mathcal{O}) \to L^2(X', \mathcal{O})$$

ein Isomorphismus ist.

Aufgabe 3 (12 Punkte) Seien X und Y kompakte Riemannsche Flächen, so dass $\mathcal{M}(X)$ and $\mathcal{M}(Y)$ isomorphe $\mathbb{C}$-Algebren sind. Zeigen Sie, dass X und Y biholomorph sind.

Hinweis: Stellen Sie X und Y als Riemannsche Flächen algebraischer Funktionen zu ein und demselben irreduziblen Polynom $P \in \mathcal{M}(\mathbb{P}^1)[T]$ dar. Verwenden Sie außerdem, dass auf jeder kompakten Riemannschen Fläche die meromorphen Funktionen Punkte trennen.