BERGISCHE UNIVERSITÄT WUPPERTAL
Fachgruppe Mathematik und Informatik

Übungen zur Vorlesung Riemannsche Flächen WiSe 2017/2018

Übungsblatt 9

Dr. Rafael Andrist — Abgabe: 19.12.2017, 16 Uhr

Aufgabe 1 (18 Punkte) Sei X eine Riemannsche Fläche. Für $U \subset X$ offen setze

$$\mathcal{F}(U) := \mathcal{O}^*(U) / \exp \mathcal{O}(U).$$

Zeigen Sie, dass $\mathcal{F}$ eine Prägarbe ist, welche das Garbenaxiom (I) nicht erfüllt.

Aufgabe 2 (18 Punkte) Sei $\mathcal{F}$ eine Prägarbe auf einem topologischen Raum X und $p\colon |\mathcal{F}| \to X$ der zugehörige étale Raum. Für $U \subset X$ offen sei $\widetilde{\mathcal{F}}(U)$ der Raum aller Schnitte über U, d.h. die Menge aller stetigen Abbildungen

$$f\colon U \to |\mathcal{F}|$$

mit $p \circ f = \mathrm{id}_U$. Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

1. $\widetilde{\mathcal{F}}$ zusammen mit den natürlichen Restriktionsabbildungen ist eine Garbe.
2. Für jedes $x \in X$ gibt es einen natürlichen Isomorphismus von Halmen $\mathcal{F}_x \to \widetilde{\mathcal{F}}_x$.

Aufgabe 3 (18 Punkte) Sei $f_0\colon \mathbb{D}(1, \frac{1}{2}) \to \mathbb{C}$ gegeben durch den Wurzelzweig

$$f_0(z) = \exp(\tfrac{1}{n} \operatorname{Log}(z)),$$

wobei $\operatorname{Log}\colon \mathbb{C} \setminus \{t \in \mathbb{R} : t \leq 0\} \to \mathbb{C}$ den Hauptzweig des Logarithmus bezeichnet, $n \in \mathbb{N}$. Bestimmen Sie den Funktionskeim $\tilde{f}_1$, der sich durch analytische Fortsetzung des Funktionskeimes von f_0 entlang des Weges $\gamma\colon I \to \mathbb{C}$ mit

$$\gamma(t) := e^{2m\pi i t}$$

ergibt.