BERGISCHE UNIVERSITÄT WUPPERTAL
Fachgruppe Mathematik und Informatik

Übungen zur Vorlesung Riemannsche Flächen WiSe 2017/2018

Übungsblatt 8

Dr. Rafael Andrist — Abgabe: 12.12.2017, 16 Uhr

Aufgabe 1 (18 Punkte) Sei X eine zusammenhängende Mannigfaltigkeit und sei $p\colon \tilde{X} \to X$ die universelle Überlagerung. Sei $G \subset \operatorname{Deck}(\tilde{X} \xrightarrow{p} X)$ eine Untergruppe, $Y := \tilde{X}/G$ und $q\colon Y \to X$ die von p induzierte Abbildung. Zeigen Sie, dass q eine Überlagerung ist, die genau dann Galois'sch ist, wenn G eine normale Untergruppe von $\operatorname{Deck}(\tilde{X} \xrightarrow{p} X)$ ist. Im letzteren Fall ist

$$\operatorname{Deck}(Y \xrightarrow{q} X) \simeq \operatorname{Deck}(\tilde{X} \xrightarrow{p} X)/G.$$

Aufgabe 2 (18 Punkte) Seien $X := \mathbb{C} \setminus \{\pm 2\}$, $Y := \mathbb{C} \setminus \{\pm 1, \pm 2\}$, und sei $p\colon Y \to X$ die Abbildung

$$p(z) := z^3 - 3z.$$

Zeigen Sie, dass p eine unverzweigte 3-blättrige holomorphe Überlagerung ist. Berechnen Sie $\operatorname{Deck}(Y \xrightarrow{p} X)$ und zeigen Sie, dass die Überlagerung $Y \xrightarrow{p} X$ nicht Galois'sch ist.

Aufgabe 3 (18 Punkte) Seien $X := \mathbb{C} \setminus \{0, 1\}$, $Y := \mathbb{C} \setminus \{0, \pm i, \pm i\sqrt{2}\}$, und sei $p\colon Y \to X$ die Abbildung

$$p(z) := (z^2 + 1)^2.$$

Zeigen Sie, dass p eine unverzweigte 4-blättrige holomorphe Überlagerung ist. Zeigen Sie, dass $\operatorname{Deck}(Y \xrightarrow{p} X) = \{\mathrm{id}, \varphi\}$, wobei $\varphi(z) := -z$, und dass die Überlagerung $Y \xrightarrow{p} X$ nicht Galois'sch ist.