

BERGISCHE UNIVERSITÄT WUPPERTAL
Fachgruppe Mathematik und Informatik

Übungen zur Vorlesung Riemannsche Flächen WiSe 2017/2018
Übungsblatt 7

Dr. Rafael Andrist

Abgabe: 05.12.2017, 16 Uhr

Aufgabe 1 (18 Punkte) Seien $X := \mathbb{C} \setminus \{\pm 1\}$ und $Y := \mathbb{C} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$. Zeigen Sie, dass $\text{Deck}(Y \xrightarrow{\sin} X)$ genau aus den folgenden Transformationen besteht:

1. $f_k(z) = z + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$,
2. $g_k(z) = -z + (2k + 1)\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Aufgabe 2 (18 Punkte) Bestimmen Sie alle Decktransformationen der Überlagerung $\tan: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{P}^1 \setminus \{\pm i\}$.

Aufgabe 3 (18 Punkte) (a) Zeigen Sie, dass die Abbildung

$$f(z) = \frac{z - i}{z + i}$$

einen Automorphismus $f: \mathbb{P}^1 \rightarrow \mathbb{P}^1$ definiert, der die obere Halbebene \mathbb{H} auf die Einheitskreisscheibe \mathbb{D} abbildet.

(b) Bestimmen Sie die Automorphismengruppe der oberen Halbebene (vgl. Aufgabe 4 von Übungsblatt 5).

(c) Bestimmen Sie alle Decktransformationen der Überlagerung $\mathbb{H} \rightarrow \mathbb{D}^* := \mathbb{D} \setminus \{0\}, z \mapsto \exp(iz)$ und berechnen Sie die Fundamentalgruppe $\pi_1(\mathbb{D}^*)$.

(d) Gibt es eine biholomorphe Abbildung $F: \mathbb{D}^* \rightarrow \mathbb{C}^*$?