BERGISCHE UNIVERSITÄT WUPPERTAL

11.11.16

Fakultät 4 - Mathematik und Naturwissenschaften
Prof. N. V. Shcherbina
Dr. T. P. Pawlaschyk
www.kana.uni-wuppertal.de

Übungen zur Analysis 1, WiSe 2016/17

Blatt 4

Hinweis Schreiben Sie auf Ihre Abgabe Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer(n), die Zettelnummer und die **Nummer Ihrer Gruppe**!!! **Tackern** Sie Ihre Zettel und legen Sie sie ins Postfach Ihres jeweiligen Übungsleiters auf D13. **Abgabe bis 18.11.16 bis 10 Uhr**

E-Learning Zum Lösen vieler Übungs- und Klausuraufgaben müssen Sie fit im Rechnen sein. Wir setzen voraus, dass Sie selbständig Ihre Lücken in grundlegenden Rechentechniken bis spätestens zur Prüfung geschlossen haben. Neben dem Verständnis der Aufgaben bilden sie die größte Fehlerquelle. Auf www.studiport.de finden Sie Online-Kurse (z.B. OMB+), mit Hilfe derer Sie die Grundlagen wiederholen und vertiefen können (z.B. Elementares Rechnen, (Un-)Gleichungen, Elementare Funktionen, Differenzialrechnung, Integration). Probieren Sie es aus!

Neue Gruppe Bitte melden Sie sich zur Gruppe 9 (16-18 Uhr in G15.34) an, die wir neu angelegt haben, sofern Sie sich nicht über WUSEL anmelden konnten und obwohl wir Ihnen per Email geschrieben haben, dass Sie eine andere Gruppe besuchen können. Diese Maßnahme dient zur Entlastung der jetzigen Gruppen und ist in Ihrem Sinne noch mühevoll eingerichtet worden.

Aufgabe 1 (Grenzwertbestimmung, 2+4+4 Punkte)

Bei dieser Aufgabe sind Sätze aus der Vorlesung oder korrekte Beweise gefordert. Ein Argument wie „Der Nenner wächst schneller als der Zähler“gelten nicht. Schauen Sie in der Vorlesung, im Tutorium oder in anderen Skripten, wie Konvergenz von Folgen gegen den Grenzwert gezeigt wird. Schauen Sie speziell für die Folge c_n auf Blatt 1, Aufgabe 2.

Zeigen Sie, dass die nachstehenden Folgen konvergieren und bestimmen Sie ihre Grenzwerte.

$$a_n := \frac{2+n-n^2}{5-2n+3n^2} \qquad b_n := (-1)^n \frac{2n+3}{4n^2} \qquad c_n := \frac{n^3}{4^n}$$

Aufgabe 2 (Nullfolgen und Beschränktheit, 7+1 Punkte)

Seien $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Nullfolge und $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine beschränkte Folge. Beweisen Sie, dass das die Produktfolge $(a_n b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ebenfalls eine Nullfolge ist. Ist sie auch beschränkt?

Aufgabe 3 (Eigenschaften von Folgen, 6+4 Punkte)

(a) Zeigen Sie u.a. mit Hilfe der Bernoulli Ungleichung: $\lim_{n\to\infty}(1-1/n^2)^n = 1$

(b) Zeigen Sie, dass die Folge $d_n = 2^{-n} + (-1)^n$ beschränkt ist und divergiert.

Aufgabe 4 (Reihenkonvergenz, 4+4+4 Punkte)

(a) Betrachten Sie die Partialsummen, um den Grenzwert der nachstehenden Reihe zu bestimmen:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{n+1}-\frac{n-1}{n}\right)$$

(b) Untersuchen Sie die nachfolgenden Reihen auf Konvergenz. Bestimmen Sie ggf. den Grenzwert:

$$\text{(i)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1} \cdot \frac{n-1}{n} \right) \qquad \text{(ii)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{-3} \right)^{3n}$$

Hinweis: Zeigen Sie bei Teil (i), dass die Koeffizienten größer oder gleich $1/2$ sind für alle $n > 2$.