BERGISCHE UNIVERSITÄT WUPPERTAL

06.11.16

Fakultät 4 - Mathematik und Naturwissenschaften
Prof. N. V. Shcherbina
Dr. T. P. Pawlaschyk

Übungen zur Analysis 1, WiSe 2016/17

Blatt 3

Hinweis Schreiben Sie auf Ihre Abgabe Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer(n), die Zettelnummer und die **Nummer Ihrer Gruppe**!!! **Tackern** Sie Ihre Zettel und legen Sie sie ins Postfach Ihres jeweiligen Übungsleiters auf D13. **Abgabe bis 11.11.16 bis 10 Uhr**

E-Learning Zum Lösen vieler Übungs- und Klausuraufgaben müssen Sie fit im Rechnen sein. Wir setzen voraus, dass Sie selbständig Ihre Lücken in grundlegenden Rechentechniken bis spätestens zur Prüfung geschlossen haben. Neben dem Verständnis der Aufgaben bilden sie die größte Fehlerquelle. Auf www.studiport.de finden Sie Online-Kurse (z.B. OMB+), mit Hilfe derer Sie die Grundlagen wiederholen und vertiefen können (z.B. Elementares Rechnen, (Un-)Gleichungen, Elementare Funktionen, Differenzialrechnung, Integration). Probieren Sie es aus!

Neue Gruppe Bitte melden Sie sich zur Gruppe 9 (16-18 Uhr in G15.34) an, die wir neu angelegt haben, sofern Sie sich nicht über WUSEL anmelden konnten und obwohl wir Ihnen per Email geschrieben haben, dass Sie eine andere Gruppe besuchen können. Diese Maßnahme dient zur Entlastung der jetzigen Gruppen und ist in Ihrem Sinne noch mühevoll eingerichtet worden.

Aufgabe 1 (Anordnung des $\mathbb{R}$, 2+3+2+3 Punkte)

Zeigen Sie mit Hilfe der Anordnungsaxiome:

(a) $a > 0$ und $x < y \Rightarrow ax < ay$

(b) $x \neq 0 \Rightarrow x^2 > 0$

(c) $x > 0 \Rightarrow x^{-1} > 0$

(d) $xy + yz + zx \leq x^2 + y^2 + z^2$

Aufgabe 2 (Betrag, 6+4 Punkte)

Beweisen Sie für reelle Zahlen a, b, c die Aussagen:

(a) $|a+b| + |b+c| + |c+a| \leq |a| + |b| + |c| + |a+b+c|$. Unterscheiden Sie hierbei die Fälle, in denen $a+b$, $b+c$ und $c+a$ positiv oder negativ sind.

(b) Zeigen Sie, dass $\max(a,b) = \frac{1}{2}(a+b+|a-b|)$ und $\min(a,b) = \frac{1}{2}(a+b-|a-b|)$. Was ist $\max(a,-a)$?

Aufgabe 3 (Ungleichungen, Beträge, 5+5 Punkte)

Beschreiben Sie die folgenden Mengen reeller Zahlen in möglichst einfacher Form. Beweisen Sie Ihre Behauptungen.

(a) $\{x \in \mathbb{R} : \left|\frac{x-1}{x+1}\right| = 2\}$

(b) $\{x \in \mathbb{R} : |x-1| + |x-2| > 1\}$

Aufgabe 4 (Archimedisches Axiom, 8 Punkte)

Wir nennen eine reelle Zahl irrational, wenn sie nicht rational ist. Zeigen Sie, dass zwischen zwei verschiedenen irrationalen Zahlen immer eine rationale Zahl liegt. Benutzen Sie hierfür die Gaußklammer $[x]$ einer reellen Zahl x, d.h. die größte ganze Zahl $k \in \mathbb{Z}$, die kleiner oder gleich x ist. Für sie gilt $[x] \leq x < [x] + 1$ (ohne Beweis).

Abgabe bitte bis 11.11.16 bis 10 Uhr in das Postfach Ihres Übungsleiters auf D13

Webseite: `www.kana.uni-wuppertal.de/lehre/ws-1617/ana1`