



28.10.16

Übungen zur Analysis 1, WiSe 2016/17

Blatt 2

Hinweis Schreiben Sie auf Ihre Abgabe Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer(n), die Zettelnummer und die **Nummer Ihrer Gruppe!!!** und legen Sie Ihre Lösungen ins Postfach Ihres jeweiligen Übungsleiters auf D13. **Abgabe bis 04.11.16 bis 10 Uhr**

Aufgabe 1 (Binomialentwicklung, 4+4 Punkte)

Zeigen Sie: (a) $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$ (b) $\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} = 0$

Aufgabe 2 (Symmetrische Differenz, 4+4 Punkte)

Für zwei beliebige Mengen A und B definieren wir die symmetrische Differenz $A\Delta B$ durch:

$$A\Delta B := \{x : (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \notin A \wedge x \in B)\}.$$

- a) Zeigen Sie, dass die symmetrische Differenz kommutativ ist.
b) Vereinfachen Sie den Ausdruck

$$(A\Delta B) \cap (B\Delta C) \cap (C\Delta A)$$

und beweisen Sie Ihre Behauptung.

Aufgabe 3 (Rechenregeln, 2+2+2+2+2+2=12 Punkte)

Leiten Sie folgende Aussagen aus den Axiomen der reellen Zahlen ab:

- (2.11) $\forall x \in \mathbb{R} : x \cdot 0 = 0$
 (2.12) $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \cdot y = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee y = 0$
 (2.13) $\forall x \in \mathbb{R} : -x = (-1) \cdot x$
 (2.14) $\forall x, y \in \mathbb{R} : (-x) \cdot (-y) = x \cdot y$
 (2.15) $\forall x \in \mathbb{R} : x \neq 0 \Rightarrow (x^{-1})^{-1} = x$
 (2.16) $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \neq 0 \wedge y \neq 0 \Rightarrow (x \cdot y)^{-1} = x^{-1} \cdot y^{-1}$

Benutzen Sie folgende Abkürzungen für die Körperaxiome:

- A1 Assoziativität der Addition
 A2 Kommutativität der Addition
 A3 Existenz einer Null
 A4 Existenz des Negativen
 M1 Assoziativität der Multiplikation
 M2 Kommutativität der Multiplikation
 M3 Existenz einer Eins
 M4 Existenz des Inversen
 D Distributivgesetz

Aufgabe 4 (Doppelsummen, 4+4 Punkte)

Beweisen Sie induktiv, dass $\sum_{i=1}^n i^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$ ist, und berechnen Sie damit $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (ij)^3$.