

BERGISCHE UNIVERSITÄT WUPPERTAL
Fachbereich C Mathematik und Naturwissenschaften

Übungen zur Analysis II WS 2014/2015
Übungsblatt 13

Prof. Dr. Nikolay Shcherbina

Abgabe: 21.01.2015, 12 Uhr

Aufgabe 1 Berechnen Sie das Volumen des Kegels

$$K := \{x \in \mathbb{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \leq x_3^2, 0 \leq x_3 \leq b\}.$$

Aufgabe 2 Überprüfen Sie ob das Integral

$$\int_{[-1,1] \times \mathbb{R}} \frac{yx^3}{e^{y^2}} dx dy$$

existiert und berechnen Sie es gegebenenfalls.

Aufgabe 3 Sei $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 y}{(x^2 + y^2)^2} & , (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & , (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- a) Berechnen Sie die Integrale $F(x) := \int_0^1 f(x, y) dy$ für $x \in \mathbb{R}$.
- b) Begründen Sie, warum $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ differenzierbar ist.
- c) Zeigen Sie:

$$F'(0) \neq \int_0^1 \frac{\partial f}{\partial x}(0, y) dy.$$

Aufgabe 4

- a) Zeigen Sie, dass $\Psi : (0, +\infty) \times (-\pi, \pi] \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3 \setminus \{(0, 0, z) : z \in \mathbb{R}\}$ mit

$$\Psi(r, \varphi, h) := (r \cos \varphi, r \sin \varphi, h)$$

bijektiv ist, in dem Sie eine Umkehrabbildung angeben.

- b) Sei $Z = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq 1\}$ ein Zylinder. Berechnen Sie

$$\int_Z (zx^4 + zy^4) dx dy dz$$

mit Hilfe der Zylinderkoordinaten aus Teil a).