

BERGISCHE UNIVERSITÄT WUPPERTAL
Fachbereich C Mathematik und Naturwissenschaften

Übungen zur Analysis II WS 2014/2015
Übungsblatt 12

Prof. Dr. Nikolay Shcherbina

Abgabe: 14.01.2015, 12 Uhr

Aufgabe 1 Die Kurve $C \subset \mathbb{R}^3$ sei der Schnitt der beiden Flächen

$$A_1 := \{x \in \mathbb{R}^3 : x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2 - x_3^2 = 1\} \quad \text{und} \quad A_2 := \{x \in \mathbb{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 = 1\}.$$

Man berechne den Abstand von C zum Ursprung.

Aufgabe 2 Zeigen Sie, dass die folgenden beiden Mengen Untermannigfaltigkeiten sind und geben Sie jeweils für jeden Punkt der Untermannigfaltigkeit eine lokale Parametrisierung an.

$$A := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0\}$$
$$B := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x^2 + y^2 - 1)^2 + z^2 = 0\}$$

Aufgabe 3 Berechnen Sie die folgenden Integrale:

1. $\int_R \frac{dx dy}{(x+y)^2}$, $R := [1, 2] \times [3, 4]$.
2. $\int_R \frac{y dx dy}{(1+x^2+y^2)^{3/2}}$, $R := [0, 1] \times [0, 1]$. (*Hinweis:* $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+a}} = \ln(x + \sqrt{x^2+a})$.)

Aufgabe 4 Berechnen Sie für $0 < a < b$ das Integral

$$I := \int_0^1 \frac{x^a - x^b}{\log x} dx,$$

indem Sie auf die Funktion $f(x, y) = x^y$ den Satz von Fubini anwenden.