BERGISCHE UNIVERSITÄT WUPPERTAL
Fachbereich C Mathematik und Naturwissenschaften

Übungen zur Analysis II WS 2014/2015

Übungsblatt 10

Prof. Dr. Nikolay Shcherbina Abgabe: 17.12.2014, 12 Uhr

Aufgabe 1 Bestimmen Sie alle lokalen Extrema der Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x,y) := 12x^2y - 12xy + 4y^3.$$

Handelt es sich um globale Extremstellen?

Aufgabe 2 Gegeben sei die folgende Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$

$$f(x,y) := (y - x^2) \cdot (y - 3x^2)$$

1. Zeigen Sie, dass die Einschränkung von f auf jede Gerade durch den Punkt $(0,0)$ im Nullpunkt ein lokales Minimum hat.
2. Berechnen Sie $Df(0,0)$ und $\operatorname{Hess} f(0,0)$.
3. Zeigen Sie, dass f in $(0,0)$ kein lokales Minimum hat.

Aufgabe 3 Zeigen Sie, dass man die Gleichung

$$y + 1 - xy - \cos y = 0$$

in der Nähe von $(0,0)$ in der Form $y = g(x)$ auflösen kann. Berechnen Sie $g'(0)$.

Aufgabe 4 Gegeben sei die Kurve $\gamma : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ mit $\gamma(t) := (t^2 - 1, t - t^3)$.

1. Zeigen Sie, dass das Bild der Kurve genau die Menge $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y^2 - x^2 - x^3 = 0\}$ ist.
2. Untersuchen Sie, an welchen Stellen es eine Funktion g gibt, so dass die Kurve lokal in der Form $y = g(x)$ geschrieben werden kann.
3. Untersuchen Sie, an welchen Stellen es eine Funktion h gibt, so dass die Kurve lokal in der Form $x = h(y)$ geschrieben werden kann.

Pro Aufgabe gibt es 12 Punkte.