BERGISCHE UNIVERSITÄT WUPPERTAL

Fachbereich C Mathematik und Naturwissenschaften

Analysis II Klausur WS 2011/2012

Prof. Dr. Hartmut Pecher 03.02.2012, 09:15 Uhr

Name	Matr.Nr.	Studienfach	Fachsemester

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	$\sum$	Note
Erreichte Punkte								
Erreichbare Punkte	4	6	6	4	4	6	30	

Wichtige Hinweise:

1. Tragen Sie in die obigen Felder Name, Vorname, Matrikelnummer, Studienfach und Fachsemester ein.
2. Außer Schreibwerkzeug sind keinerlei weitere Hilfsmittel zugelassen.
3. Kontrollieren Sie Ihre Klausur auf Vollständigkeit: Sie sollte aus 6 Aufgaben bestehen.
4. Notieren Sie Ihre Lösungen und Lösungswege jeweils unterhalb der Aufgabe bzw. auf der folgenden Seite. Sollte der Platz nicht ausreichen, so stellt die Klausuraufsicht zusätzliches Papier zur Verfügung.
5. Bitte schreiben Sie in Ihrem eigenen Interesse leserlich und geben Sie einen nachvollziehbaren Lösungsweg an!
6. Schreiben Sie nicht mit Bleistift und nicht mit Rot.
7. Lösen sie nicht die Klammerung der Klausur.
8. **DIE KLAUSUR IST MIT 15 PUNKTEN BESTANDEN !!**

Wir wünschen viel Erfolg!

Aufgabe 1. (4 Punkte) Betrachten Sie die Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x,y) := \begin{cases} \frac{x^3y^3}{x^2+y^2} & , (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & , (x,y) = (0,0) \end{cases} .$$

a) Zeigen Sie, dass $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ und $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)$ existieren und berechnen Sie diese.

b) Zeigen Sie, dass f total differenzierbar in $(0,0)$ ist.

Aufgabe 2. (6 Punkte) Betrachten Sie die Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $f(x,y) = xy$.

a) Zeigen Sie, dass f kein Extremum auf $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 1\}$ besitzt.

b) Zeigen Sie, dass f auf $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\}$ jeweils ein Maximum und ein Minimum annimmt und berechnen Sie diese.

Aufgabe 3. (6 Punkte)

a) Betrachten Sie die Abbildung $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ mit $f(x,y) = (e^x \cos y, e^x \sin y)$. Zeigen Sie, dass f in jedem Punkt von $\mathbb{R}^2$ lokal invertierbar ist, und überprüfen Sie, ob f global invertierbar ist.

b) Zeigen Sie, dass sich die Gleichung $y + 1 - xy - \cos y = 0$ in der Nähe des Punktes $a = (0,0)$ in der Form $y = g(x)$ auflösen lässt und berechnen Sie $g'(0)$.

Aufgabe 4. (4 Punkte) Sei $B := \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$. Berechnen Sie

$$I := \int_B |y| e^{(x^2+y^2)^{3/2}} \, dx dy \, .$$

(*Hinweis*: Betrachten Sie separat die Teile für $y > 0$ und $y < 0$.)

Aufgabe 5. (4 Punkte) Bestimmen Sie die Lösung $y = y(x)$ des Anfangswertproblems

$$y' = e^{-y},\ y(0) = 0.$$

Für welche x existiert die Lösung?

Aufgabe 6. (6 Punkte) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y' = 2y - 2,\ y(0) = 2$$

a) mit Hilfe des Lösungsverfahrens für lineare Differenzialgleichungen 1. Ordnung,

b) mit Hilfe des Picardschen Iterationsverfahrens. (*Hinweis*: Vergleichen Sie die ersten Picard-Iterierten mit den ersten Termen der Exponentialreihe.)

Notizen

Notizen