Prof. Dr. N. Shcherbina
Dr. J. Ruppenthal

Bergische Universität Wuppertal
13.07.2011

Klausur Analysis II (SS 2011)

Name: **Matrikelnummer:**

Aufgabe 1. (14 Punkte) Es sei $n \in \mathbb{N}$, $n > 0$, und $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ eine stetige Funktion. Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind. Geben Sie für wahre Aussagen einen Beweis und für falsche ein Gegenbeispiel an.

a) Ist $K \subset \mathbb{R}^n$ überdeckungskompakt, so ist K beschränkt.

b) Ist $U \subset \mathbb{R}^n$ offen, so ist auch $f(U)$ offen.

c) Für eine beliebige Menge $A \subset \mathbb{R}^n$ gilt: $f(\overline{A}) \supset \overline{f(A)}$.

d) Für eine beliebige Menge $A \subset \mathbb{R}^n$ gilt: $f(\overline{A}) \subset \overline{f(A)}$.

Aufgabe 2. (10 Punkte) Es sei $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ eine Funktion und $p \in \mathbb{R}^2$. Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind. Geben Sie für wahre Aussagen einen Beweis und für falsche ein Gegenbeispiel an.

a) Ist g im Punkt p total differenzierbar, so ist g dort auch stetig.

b) Ist g im Punkt p partiell differenzierbar, so ist g dort auch stetig.

c) Ist g im Punkt p total differenzierbar, so ist g dort auch partiell differenzierbar.

Aufgabe 3. (8 Punkte) Gegeben sei die Funktion $h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit

$$h(x, y) = 8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - 2x.$$

Bestimmen Sie alle lokalen Extrema von h und geben Sie jeweils auch deren Typ an.

Aufgabe 4. (8 Punkte) Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x, y) = 3x + y$. Bestimmen Sie alle Extrema der Funktion f auf dem Einheitskreis

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\}.$$

Aufgabe 5. (10 Punkte) Seien $a, b > 0$ fest gewählt. Für $r > 0$ setzen wir

$$E_r := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2/a^2 + y^2/b^2 \leq r^2\}.$$

Bestimmen Sie das Volumen von E_r:

$$\mathrm{Vol}(E_r) = \int_{E_r} dxdy$$

Aufgabe	1	2	3	4	5	Summe
Punkte	14	10	8	8	10	50
erreicht						

Note: **1.Prüfer:** **2.Prüfer:**