

Übungsblatt 14

Mathematik für Ingenieure (Maschinenbauer und Sicherheitstechniker), 1. Semester, bei Prof. Dr. G. Herbolt im WiSe13/14 – Dipl.-Math. T. Pawlaschyk, 04.02.14

Thema: Wiederholung

Aufgabe 1

(a) Zeigen Sie für alle $n \in \mathbb{N}$:

$$4 \cdot 4^2 \cdot \dots \cdot 4^n = 2^{n(n+1)}$$

(b) Bestimmen Sie die Menge $M := \{x \in \mathbb{R} : |\frac{x}{3} - 1| < |2x - 1|\}$.

Aufgabe 2

Gegeben seien die Punkte $\vec{A} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{B} = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$ und $\vec{A} = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix}$. Der Punkt \vec{D} teile die Seite AC von \vec{A} aus im Verhältnis $4 : 3$, und \vec{E} sei der Mittelpunkt der Seite BC .

(a) Berechnen Sie \vec{D} und \vec{E} .

(b) Wie lauten die Gleichungen der Geraden G_1 durch \vec{B} und \vec{D} und G_2 durch \vec{A} und \vec{E} ?

(c) Was ist der Schnittpunkt \vec{S} dieser beiden Geraden?

(d) Welchen Abstand hat \vec{C} von G_1 ?

Aufgabe 3

Gegeben sei die Matrix $\mathcal{A} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 2 & 3 & -1 & 3 \\ 4 & -1 & 1 & 11 \end{pmatrix}$ und der Vektor $\vec{b} = \begin{pmatrix} 33 \\ -17 \\ t \end{pmatrix}$.

(a) Was ist der Rang der Matrix \mathcal{A} ?

(b) Für welches t ist die Lösungsraum $\mathcal{L}(\mathcal{A}, \vec{b})$ nicht leer?

(c) Berechnen Sie den Nullraum von \mathcal{A} , d.h. die Menge $\mathcal{N} = \{\vec{x} \in \mathbb{R}^4 : \mathcal{A}\vec{x} = \vec{0}\}$.

Aufgabe 4 (a) Bestimmen Sie den Grenzwert der Folge

$$a_n = (-1)^n \frac{n^2 + 4n}{n^4 + 4n^2} + \frac{17n^3 + n - 23}{(8n + 1)(n^2 + 7)}$$

(b) Gegeben sei die Funktion $f(x) = 3 \cos(3x - \pi)$. Klären Sie folgende Fragen:

(i) Welche Periode hat f ?

(ii) Welche Nullstellen hat f innerhalb einer Periode?

(iii) Wo hat f innerhalb einer Periode seinen größten, wo seinen kleinsten Wert?

(iv) Skizzieren Sie den Graphen von f über einer Periode.

Aufgabe 5 Sei die folgende Funktion

$$f(x) = (x + 2)^{2/3} - (x - 2)^{2/3}$$

gegeben.

- (a) Bestimmen Sie den Definitionsbereich von f .
- (b) Berechnen Sie die Nullstellen der ersten Ableitung von f .
- (c) Wo hat f Extremstellen?
- (d) Untersuchen Sie f auf Monotonie.
- (e) Wie verhält sich f asymptotisch?