BERGISCHE UNIVERSITÄT WUPPERTAL
die studien eingangs phase
GEFÖRDERT VOM Bundesministerium für Bildung und Forschung

Übungsblatt 10

Mathematik für Ingenieure (Maschinenbauer und Sicherheitstechniker), 1. Semester, bei Prof. Dr. G. Herbort im WiSe13/14 – Dipl.-Math. T. Pawlaschyk, 07.01.14

Themen: Häufungswerte, Umkehrfunktionen

Aufgabe 1 Sei die Folge $(a_n)_{n\geq 1}$ definiert durch

$$a_1 := 1,\ a_2 := -2 \quad \text{und} \quad a_{n+2} := a_{n+1} - a_n.$$

Bestimmen die Häufungswerte dieser Folge.

Aufgabe 2 Berechnen Sie für die folgenden Funktionen $f \circ g$ sowie $g \circ f$.

(a) $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$ und $g(x) = 4x^2 - 1$

(b) $f(x) = 9x^2 + 54x + 99$ und $g(y) = \sqrt{\frac{1}{9}y - 2} - 3$

(c) $f(x) = \sqrt[3]{x^5}$ und $g(y) = \sqrt[5]{y^{-2}}$

Aufgabe 3 Seien die Funktionen $f : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$ und $g : [0, 1] \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x) = \frac{1-x}{1+x} \quad \text{und} \quad g(x) = \frac{x}{x^2+1}\ .$$

(a) Untersuchen Sie beide Funktionen auf Monotonie.

(b) Bestimmen Sie jeweils den Wertebereich von f und g.

(c) Berechnen Sie die Umkehrfunktion von f bzw. g auf den jeweiligen Wertebereichen.

Aufgabe 4

Bestimmen Sie für die nachfolgenden Funktionen jeweils größtmögliche Definitions- und Wertebereiche, auf denen eine Umkehrfunktion existiert.

$$\text{(a) } f(x) = 5x^2 + 4x - 18 \qquad \text{(b) } g(x) = \frac{1}{1-x^2}.$$