

Übungsblatt 5

Mathematik für Ingenieure (Maschinenbauer und Sicherheitstechniker), 1. Semester, bei Prof. Dr. G. Herbort im WiSe13/14 – Dipl.-Math. T. Pawlaschyk, 19.11.13

Themen: Vektorrechnung im \mathbb{R}^2 und \mathbb{R}^3

Aufgabe 1

In der Ebene sei das Dreieck D gegeben durch die Eckpunkte \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} . Geben Sie eine allgemeine Formel für den Schwerpunkt von D an.

Aufgabe 2

Sei $x > 0$. Berechnen Sie den Flächeninhalt des Vierecks mit Eckpunkten $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 8+x \\ 4 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 7 \\ -x \end{pmatrix}$.
Wie muss x gewählt werden, damit der Flächeninhalt 48 FE beträgt?

Aufgabe 3

Überprüfen Sie jeweils, ob folgende Vektoren \vec{u} , \vec{v} und \vec{w} linear unabhängig sind, und schreiben Sie ggf. den Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ als Linearkombination von \vec{u} , \vec{v} und \vec{w} .

$$(a) \vec{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{w} = \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (b) \vec{u} = \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}, \vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{w} = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ -7 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 4

Sei E die Ebene, die die Punkte $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 20 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 17 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 19 \end{pmatrix}$ enthält.

(a) Schreiben Sie E in Parameterform.

(b) Geben Sie einen Vektor \vec{n} der Länge 1 an, der zur Ebene E senkrecht ist.

(c) Bestimmen Sie den Schnittpunkt von E mit der Geraden $G = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \mathbb{R} \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$.

(d) Welchen Abstand hat $\vec{P} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}$ von der Geraden G aus Teil c)?