

Übungsblatt 1

Mathematik für Ingenieure (Maschinenbauer und Sicherheitstechniker), 1. Semester, bei Prof. Dr. G. Herbolt im WiSe13/14 – Dipl.-Math. T. Pawlaschyk, 22.10.13

Themen: Mengen und Potenzen

Aufgabe 1

(a) Seien A, B, C Teilmengen der Menge $M = \{1, 2, \dots, 10\} \subset \mathbb{N}$, wobei

$$A = \{x \in M \mid 2 \text{ teilt } x\}, B = \{x \in M : \exists k \in \mathbb{N} \text{ mit } x = 3k\}, C = \{x \in M \mid 5 \text{ teilt } x - 1\}.$$

(i) Beschreiben Sie jeweils A, B, C durch Aufzählung ihrer Elemente.

(ii) Bilden Sie die Mengen $A \cap B, A \cup B, A \cap (B \cup C), (A \cap B) \cup C$ und $A^c \cap B^c$.

(b) Die symmetrische Differenz zweier Teilmengen A, B einer Menge M sei definiert durch

$$A \Delta B := (A^c \cap B) \cup (A \cap B^c).$$

Berechnen Sie $A \Delta B$, wobei A und B die Mengen aus Teil (a) sind.

Aufgabe 2 Seien A, B, C Teilmengen einer Menge M .

Zeigen Sie mit Hilfe der Rechenregeln für Mengen folgende Gleichungen.

(a) $(A \cap B) \cap (B \cup C) = A \cap B$

(b) $(A \cup B \cup C)^c = A^c \cap B^c \cap C^c$

(c) $A \Delta B = (A \cup B) \cap (A \cap B)^c$

Aufgabe 3 Vereinfachen Sie folgende Terme.

(a) $\frac{1}{\sqrt[3]{y^{-6}}} \cdot \sqrt[4]{x^2} \cdot \frac{1}{x^{-1/2}} \cdot x^{-1} \cdot y^{-1}$ (b) $\sqrt[n]{x^{n+2} \cdot y^{2n-1}}$

(c) $(x^{1/3} - y^{1/3})(x^{2/3} + (xy)^{1/3} + y^{2/3})$

Aufgabe 4

(a) Bringen Sie folgende Terme auf einen Bruch.

(i) $\frac{y^n}{\sqrt{x^n}} + \frac{\sqrt[3]{x^{2n}}}{y^{2n}}$ (ii) $\frac{x}{\sqrt[3]{x+1}} + \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x-1}}$

(b) Kürzen Sie, wenn möglich.

(i) $\frac{x^3}{y^{1/2} \cdot x^{(2^3)}}$ (ii) $\frac{3na^n + (n+1)(ab)^{2n}}{b\sqrt{a^{4n}} - 3\sqrt[7]{a^{14n}}}$