Bergische Universität Wuppertal WiSe13/14
Fachbereich C - Mathematik und Naturwissenschaften
Prof. Dr. N. V. Shcherbina
Dipl.-Math. T. Pawlaschyk

Übungen zu 'Elemente der Komplexen Analysis' Blatt 11

Aufgabe 1 Untersuchen Sie, welche der folgenden Abbildungen Überlagerungen sind.

(a) $f_1 : \mathbb{C} \to \mathbb{C}^*$ mit $f_1(z) = \exp(z)$

(b) $f_2 : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ mit $f_2(z) = \sin(z)$

(c) $f_3 : \mathbb{C}^* \to \mathbb{C}^*$ mit $f_3(z) = z^3$

(d) $f_4 : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ mit $f_4(z) = z^4$

(e) $f_5 : \hat{\mathbb{C}} \to \hat{\mathbb{C}}$ mit $f_5(z) = 1/z$

(f) $f_6 : \hat{\mathbb{C}} \to \hat{\mathbb{C}}$ mit $f_6(z) = 1/z^2$

Aufgabe 2 Gegeben sei eine Überlagerung $p : Y \to X$ und eine geschlossene Kurve $\gamma : [0,1] \to X$ mit $\gamma(0) = \gamma(1) = p \in X$. Untersuchen Sie, ob die Liftung $\hat{\gamma}$ dieser Kurve auch wieder geschlossen ist. Geben Sie dazu einen Beweis oder ein Gegenbeispiel an.

Aufgabe 3 Gegeben sei eine Überlagerung $p : Y \to X$. Mit Hilfe der Abbildung p kann man zu jeder Kurve $\gamma : [0,1] \to Y$ die projizierte Kurve $\tilde{\gamma} : [0,1] \to X$ durch $\tilde{\gamma} = p \circ \gamma$ definieren.

(a) Zeigen Sie, dass diese Kurve homotope Kurven wieder in homotope Kurven überführt und somit eine Abbildung $p_* : \pi_1(Y, y) \to \pi_1(X, p(y))$ zwischen Fundamentalgruppen von Y nach X induziert.

(b) Zeigen Sie, dass p_* ein Gruppenhomomorphismus ist.

(c) Zeigen Sie, dass p_* injektiv ist.

(d) Zeigen Sie mit Hilfe eines geeigneten Beispiels, dass p_* nicht immer surjektiv sein muss.

Abgabe: 30.01.14 bis 10 Uhr auf D10, Fach 104 `www.kana.uni-wuppertal.de`