Bergische Universität Wuppertal WiSe13/14
Fachbereich C - Mathematik und Naturwissenschaften
Prof. Dr. N. V. Shcherbina
Dipl.-Math. T. Pawlaschyk

Übungen zu 'Elemente der Komplexen Analysis' Blatt 8

Aufgabe 1 Seien U eine offene Menge in $\mathbb{C}$ und z_0, z_1 zwei Punkte aus U. Seien $\gamma, \delta : [0,1] \to U$ zwei Wege in U mit $\gamma(0) = z_0$ und $\gamma(1) = z_1$, sowie

$$\delta(t) := \begin{cases} z_0 & t \leq 1/2 \\ \gamma(2t-1) & t > 1/2 \end{cases} .$$

Zeigen Sie, dass γ und δ in U homotop sind.

Aufgabe 2 Berechnen Sie die folgenden Fundamentalgruppen:

(a) $\pi_1(\mathbb{C}, 0)$ (b) $\pi_1(\mathbb{C} \setminus \{0\}, 1)$ (c) $\pi_1(\mathbb{C} \setminus \{-1, 1\}, 0)$

Aufgabe 3 Gegeben sei ein Gebiet X und zwei Punkte z_0 und z_1 aus X.

(a) Beweisen Sie, dass die Fundamentalgruppen $\pi_1(X, z_0)$ und $\pi_1(X, z_1)$ isomorph sind, indem Sie zeigen, dass jeder Weg γ von z_0 nach z_1 einen Isomorphismus der Fundamentalgruppen induziert.

(b) Beweisen Sie, dass die Fundamentalgruppen $\pi_1(X, z_0)$ und $\pi_1(X, z_1)$ nicht kanonisch isomorph sind, indem Sie zeigen, dass verschiedene Wege verschiedene Isomorphismen induzieren können.

Aufgabe 4 (a) Zeigen Sie, dass $\mathbb{C}^*$ mit der Projektion $p_n(z) = z^n$ für jedes $n \in \mathbb{N}$ ein Riemannsches Gebiet über $\mathbb{C}^*$ definiert. Berechnen Sie die Fasern von p_2 über -1, von p_3 über i und von p_4 über -1.

(b) Beweisen Sie, dass die Umkehrabbildung einer bijektiven, holomorphen Abbildung zwischen Riemannschen Gebieten wieder holomorph ist.

Abgabe: 09.01.14 bis 10 Uhr auf D10, Fach 104 `www.kana.uni-wuppertal.de`