

Aufgabe 1 Zeigen Sie, dass die Familie $\mathcal{F} = \{f \in \mathcal{O}(\mathbb{D}) : |f(z)| > 1 \text{ für alle } z \in \mathbb{D}\}$ normal ist.

Aufgabe 2 (a) Konstruieren Sie, wenn möglich, eine Familie holomorpher Funktionen \mathcal{F} von $\mathbb{D} \rightarrow \mathbb{C}$, die nicht normal ist.

(b) Konstruieren Sie, wenn möglich, eine Familie holomorpher Funktionen \mathcal{F} von $\mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, die nicht normal ist.

(c) Konstruieren Sie, wenn möglich, eine Familie holomorpher Funktionen \mathcal{F} von $\mathbb{H} \rightarrow \mathbb{C}$, die nicht normal ist.

(d) Konstruieren Sie, wenn möglich, eine Familie holomorpher Funktionen \mathcal{F} von $\mathbb{C} \rightarrow \mathbb{H}$, die nicht normal ist.

Aufgabe 3 Seien \mathcal{F} eine normale Familie holomorpher Funktionen auf einem Gebiet G in \mathbb{C} und $k \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass dann auch die Familie der k -ten Ableitungen

$$\mathcal{F}^{(k)} := \{f^{(k)} : f \in \mathcal{F}\}$$

eine normale Familie bildet.

Aufgabe 4 Zeigen Sie, dass es auf \mathbb{C} keine vollständige, stark negativ gekrümmte Metrik geben kann.