

**Aufgabe 1** (a) Zeigen Sie, dass die komplexe Ebene  $\mathbb{C}$  bzgl. der hermiteschen Metrik  $ds = (1 + |z|^2)|dz|$  negativ, aber nicht stark negativ gekrümmt ist.

(b) Geben Sie holomorphe Funktionen  $f : \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{C}$  an, die dem Lemma von Ahlfors-Schwarz nicht genügen.

**Aufgabe 2** Zeigen Sie mit Hilfe der Funktion  $f(z) = \frac{1}{2} \log \frac{1+z}{1-z}$  die Abschätzung  $B \leq \frac{\pi}{4}$ .

**Aufgabe 3** Sei  $f : \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{C}$  eine holomorphe Funktion mit  $f(0) = 0$  und  $f'(0) = 1$ . Zeigen Sie, dass für alle  $z \in \mathbb{D}$  die folgende Abschätzung gilt:

$$(1 - |z|^2)|f'(z)| \leq \frac{Bf}{B}$$

**Aufgabe 4** Sei  $f$  eine holomorphe Funktion auf  $\mathbb{H}_r := \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} z > 0\}$  mit  $f(1) = 0$  und  $f'(1) = 1$ . Zeigen Sie, dass für alle  $z \in \mathbb{H}_r$  gilt:

$$|f'(z)| \leq \frac{Bf}{2B\operatorname{Re}(z)}$$