BERGISCHE UNIVERSITÄT WUPPERTAL
die studien eingangs phase
GEFÖRDERT VOM Bundesministerium für Bildung und Forschung

Übungsaufgaben, Blatt 9

Kleingruppen zur Service-Veranstaltung Mathematik I für Ingenieure bei Prof. Dr. G. Herbort im WS12/13 – Dipl.-Math. T. Pawlaschyk, 11.12.12

Thema: Lineare Gleichungssysteme und Folgen

Aufgabe 1

(a) Schreiben Sie den Vektor $\begin{pmatrix} 1+2x_1+\frac{3}{2}x_2 \\ 2-4x_1-\frac{7}{8}x_2 \\ -3-12x_1+3x_2 \\ \frac{1}{2}-26x_1-10x_2 \end{pmatrix}$ als Vektor der Form $\vec{x}_0+x_1\vec{v}_1+x_2\vec{v}_2$.

(b) Stellen Sie das folgende Gleichungssystem als erweiterte Matrix $(\mathscr{A},\vec{b})$ und als Linearkombination von Vektoren der Form $\sum_{j=1}^{n} x_j\vec{v}_j=\vec{b}$ dar.

$$\begin{aligned} 2x_1-x_2-x_3+3x_4 &= 6 \\ 6x_1-2x_2-3x_3 &= 0 \\ -4x_1-2x_2+3x_3-3x_4 &= -5 \end{aligned}$$

(c) Sei $\mathscr{A}$ die Matrix zum Gleichungssystem aus Teil (b). Sei $\mathscr{A}^t$ die zu $\mathscr{A}$ transponierte Matrix, d.h. die Matrix

$$\mathscr{A}^t=\begin{pmatrix} 2 & 6 & -4 \\ -1 & -2 & -2 \\ -1 & -3 & 3 \\ 3 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie jeweils den Rang und den Spaltenraum von $\mathscr{A}$ und von $\mathscr{A}^t$, indem Sie beide Matrizen auf Zeilenstufenform bringen.

Aufgabe 2 Für welche $s,t\in\mathbb{R}$ ist das folgende Gleichungssystem lösbar?

$$\begin{aligned} 2x_1+4x_3+3x_4+7x_5 &= 1 \\ x_1+4x_2+2x_3+8x_4+3x_5 &= 0 \\ 8x_2+13x_4-x_5 &= -1 \\ x_1-4x_2+2x_3-5x_4+4x_5 &= s \\ 4x_1+8x_2+8x_3+19x_4+13x_5 &= t \end{aligned}$$

Aufgabe 3 Prüfen Sie die nachstehenden Folgen auf Konvergenz und bestimmen Sie ggf. den Grenzwert.

(a) $\frac{1}{n} \cdot \frac{4n^4 + 3n^2 + 2}{3n^3 + 2n^2 + 3n}$ (b) $\frac{(4n-2)(3n+4)^2}{(2n^2+1)(6n^2+2)}$ (c) $\sqrt{n^3+1} - \sqrt{n^2-1}$

(d) $\sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1}$ (e) $3^{-2n}\frac{n^5-1}{n^2+4}$ (f) $(-1)^n\frac{n-1}{n+1}$

Aufgabe 4 Prüfen Sie die nachstehenden Folgen auf Konvergenz.

(a) $\frac{n!}{n^n}$ (b) $\left(1 - \frac{1}{4n^2-4}\right)^{n+1}$ (c) $a_1 = 1,\ a_{n+1} = \sqrt{2a_n}$ (d) $a_1 = a_2 = 1,\ a_{n+1} = a_n - a_{n-1}$