

Übungsaufgaben, Blatt 8

Kleingruppen zur Service-Veranstaltung Mathematik I für Ingenieure bei Prof. Dr. G. Herbort
im WS12/13 – Dipl.-Math. T. Pawlaschyk, 04.12.12

Thema: Lineare Gleichungssysteme

Aufgabe 1

Bringen Sie die folgenden Matrizen auf Zeilenstufenform und geben Sie jeweils den Rang der Matrix an.

$$(a) A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & -1 & 4 \\ 2 & 4 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (b) B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -6 & 2 \\ 0 & 1 & -3 & 0 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 4 & 0 & 8 & 0 \end{pmatrix} \quad (c) C = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -4 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & 7 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2

(a) Für welches $a \in \mathbb{R}$ hat das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 2x_3 &= 5 \\ 3x_1 + 6x_2 + 8x_3 &= -1 \\ 7x_1 + 2x_2 - 16x_3 &= a \end{aligned}$$

eine Lösung? Wie sehen die Lösungen aus?

b) Zeigen Sie, dass ein Vektor $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$ genau dann Linearkombination von $\vec{u}_1 = \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}$,

$\vec{u}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 12 \end{pmatrix}$ und $\vec{u}_3 = \begin{pmatrix} 6 \\ 12 \\ -48 \end{pmatrix}$ ist, wenn $2b_1 - 5b_2 - b_3 = 0$ gilt.

Aufgabe 3

Bestimmen Sie die Lösungsmenge \mathcal{L} des folgenden Gleichungssystems.

$$\begin{aligned} 2x_1 - 5x_2 + 6x_3 - 6x_4 &= -3 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 &= 5 \\ -6x_1 - x_2 + 2x_4 &= -5 \\ 4x_1 + 6x_2 - 2x_3 + 2x_4 &= 10 \end{aligned}$$

Aufgabe 4

Für welches $t \in \mathbb{R}$ hat das lineare Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 & 1 & -8 \\ 2 & -2 & 4 & 7 & 4 \\ 4 & -7 & 2 & 11 & 6 \\ 4 & -4 & 7 & 12 & 6 \\ 20 & -21 & 29 & 51 & 12 \end{pmatrix} \cdot \vec{x} = \begin{pmatrix} 12 \\ -2 \\ -11 \\ -1 \\ t \end{pmatrix}$$

eine Lösung. Was ist die Lösungsmenge \mathcal{L} ?