BERGISCHE UNIVERSITÄT WUPPERTAL
die studien eingangsphase
GEFÖRDERT VOM Bundesministerium für Bildung und Forschung

Übungsaufgaben, Blatt 6

Kleingruppen zur Service-Veranstaltung Mathematik I für Ingenieure bei Prof. Dr. G. Herbort im WS12/13 – Dipl.-Math. T. Pawlaschyk, 20.11.12

Thema: Vektorrechnung in $\mathbb{R}^3$

Aufgabe 1

(a) Berechnen Sie

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 7 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 9 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}, \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix} 11 \\ -5 \\ 7 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 8 \\ -2 \\ -11 \end{pmatrix}$$

(b) Welchen Winkel bilden die unter (a) berechneten Vektorprodukte mit $\begin{pmatrix} 8 \\ -3 \\ -7 \end{pmatrix}$?

Aufgabe 2

(a) Prüfen Sie mit Hilfe des Vektorprodukts, ob die folgenden Vektoren linear unabhängig sind.

$$\text{(i)} \ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \text{(ii)} \ \begin{pmatrix} 11 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ -12 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 16 \\ -8 \\ -16 \end{pmatrix}$$

(c) Finden Sie eine Zahl s, so dass die Vektoren

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix} 3 \\ s \\ -2 \end{pmatrix}$$

linear abhängig werden.

Aufgabe 3

Gegeben seien die Geraden G_1 durch die Punkte $\vec{A} = \begin{pmatrix} 3 \\ 12 \\ -2 \end{pmatrix}$ und $\vec{B} = \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ und die Gerade G_2 durch die Punkte $\vec{C} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\vec{D} = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ -13 \end{pmatrix}$.

(a) Zeigen Sie, dass $G_1 \cap G_2 = \emptyset$ ist.

(b) Angenommen, die Gerade G^t entsteht aus G_1 durch Verschiebung um t in x_3-Richtung, d.h. $G^t = G_1 + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ t \end{pmatrix}$. Wie muss man t wählen, damit G^t die Gerade G_2 schneidet?

Aufgabe 4

Sei E die Ebene, die durch die Punkte $\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 7 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 10 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 9 \end{pmatrix}$ verläuft. Seien $\vec{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ -7 \end{pmatrix}$ und $\vec{y} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$. Berechnen Sie jeweils den Abstand von $\vec{x}$ und $\vec{y}$ zur Ebene E, sowie jeweils die Gerade, die durch $\vec{x}$ bzw. $\vec{y}$ verläuft und senkrecht auf E steht.