BERGISCHE UNIVERSITÄT WUPPERTAL

die studien eingangs phase

GEFÖRDERT VOM Bundesministerium für Bildung und Forschung

Übungsaufgaben, Blatt 4

Kleingruppen zur Service-Veranstaltung Mathematik I für Ingenieure bei Prof. Dr. G. Herbort im WS12/13 – Dipl.-Math. T. Pawlaschyk, 06.11.12

Themen: Binomialkoeffizient, Vektorrechnung in $\mathbb{R}^2$

Aufgabe 1

(a) Berechnen Sie mit Hilfe des Pascalschen Dreiecks die Binomialkoeffizienten $\binom{8}{k}$ für $k = 0, \ldots, 8$.

(b) Aus 8 Geschenken soll ein Präsentkorb zusammengestellt werden, in dem sich 2 bis 8 Geschenke befinden sollen. Wieviele Kombinationen von Körben sind möglich?

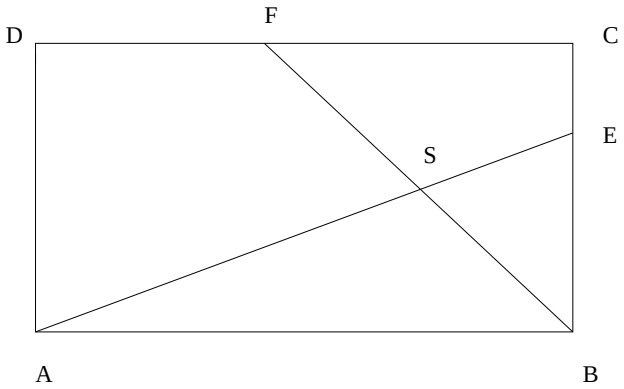
(c) Angenommen, jemand leiht sich den Geldbetrag K zu 5 Prozent Zinsen pro Jahr. Wie viel müsste er nach 8 Jahren zurückzahlen, wenn er die 8 Jahre lang nie etwas zurückzahlt? Man beachte, dass Zins und Zinseszins anfallen, also 8 mal 5 Prozent Zins nicht reichen.

Hinweis: Benutzen Sie in Teil (b) und (c) den Teil (a).

Aufgabe 2

(a) Zeigen Sie, dass in jedem Viereck die Mittelpunkte der Seiten die Ecken eines Parallelogramms bilden.

(b) Gegeben sei das folgende Rechteck:



Dabei teilt E die Strecke BC im Verhältnis $2:1$ und F die Strecke CD im Verhältnis $5:4$. In welchem Verhältnis wird AE durch S geteilt?

Aufgabe 3

(a) Prüfen Sie, ob die folgenden Vektoren $\vec{v}$ und $\vec{w}$ linear unabhängig sind und stellen Sie ggf. jeweils $\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$ als Linearkombination von $\vec{v}$ und $\vec{w}$ dar.

(i) $\vec{v} = \begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$, $\vec{w} = \begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix}$ (ii) $\vec{v} = \begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$, $\vec{w} = \begin{pmatrix}-9\\6\end{pmatrix}$ (iii) $\vec{v} = \begin{pmatrix}2\\\frac{1}{5}\end{pmatrix}$, $\vec{w} = \begin{pmatrix}\frac{5}{3}\\3\end{pmatrix}$

(b) Zeigen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

(i) Sind die Paare $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{b}$, $\vec{c}$ jeweils linear abhängig, so auch $\vec{a}$ und $\vec{c}$.

(ii) Sind die Paare $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{b}$, $\vec{c}$ jeweils linear unabhängig, so auch $\vec{a}$ und $\vec{c}$.

(iii) Sind $\vec{a}, \vec{b}$ linear abhängig und $\vec{b}, \vec{c}$ linear unabhängig, so sind $\vec{a}$ und $\vec{c}$ linear unabhängig.

(iv) Wenn $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = 0$ und $\langle \vec{b}, \vec{c} \rangle = 0$ sind, so gilt $\langle \vec{a}, \vec{c} \rangle = 0$.

Aufgabe 4

Sei $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ein Vektor. Berechnen Sie die Länge von $\vec{v}$. Geben Sie zu $\vec{v}$ einen linear abhängigen Vektor $\vec{w}$ der Länge 1 an. Finden Sie einen Vektor $\vec{z}$, der orthonormal zu $\vec{w}$ ist. Stellen Sie die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ als Lineakombination von $\vec{w}$ und $\vec{z}$ dar. Berechnen Sie die Fläche, die durch das Dreieck $\vec{v}$ und $\vec{a}$ aufgespannt wird, sowie dessen fehlende Seite und die Seitenlängen.