

Übungsaufgaben, Blatt 3

Kleingruppen zur Service-Veranstaltung Mathematik I für Ingenieure bei Prof. Dr. G. Herbort
im WS12/13 – Dipl.-Math. T. Pawlaschyk, 30.10.12

Thema: Vollständige Induktion

Aufgabe 1 Zeigen Sie, dass folgende Ungleichungen gelten:

$$(a) 2^n > n \quad \text{für alle } n \in \mathbb{N}_0 \quad (b) (a + b)^n \geq a^n + b^n \quad \text{für } a, b \geq 0, n \in \mathbb{N}$$

Aufgabe 2 Zeigen Sie, dass für $n \in \mathbb{N}$ eine n -elementige Menge genau 2^n Teilmengen besitzt.

Aufgabe 3 (a) Zeigen Sie, dass für alle $n \in \mathbb{N}_0$ gilt

$$\sum_{k=0}^n (-1)^k k^2 = (-1)^n \frac{n(n+1)}{2}.$$

(b) Vermuten Sie eine Formel für $\sum_{k=0}^n (-1)^k k$ und zeigen Sie sie dann induktiv.

Aufgabe 4 Zeigen Sie induktiv, dass für alle $t > 0$ und alle natürlichen Zahlen $n \geq 1$ gilt:

$$t^n - n t + n - 1 \geq 0$$