

11.09.18 - Gleichungen

Dienstag, 11. September 2018 09:57

Was sind Gleichungen und was haben sie mit Aussageformen zu tun?

Beispiel: Lineare Gleichung

f(x) = Geld auf dem Konto zum Monat x = $250 \cdot x + 1000 - 300 \cdot x$

$$G(x) = 250x + 1000 - 300x = \underline{\underline{-50x + 1000}}$$

$$A(x) : G(x) = 0$$

$$\|_A = \{x : A(x) \text{ wahr}\}$$

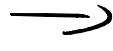
= Lösungsmenge der Gleichung

= Alle Belegungen von $A(x)$, so dass $A(x)$ wahr ist

Gleichung



Aussage, die von x abhängt



Aussageform

$$A(x) : x^2 = 9$$

$$\uparrow$$

$$B(x) : x = 3$$

$$A(x) : x^2 = 9$$

$$\updownarrow$$

$$B'(x) : x = 3 \vee x = -3$$

$$\|_A = \{+3, -3\}$$

..

$$\|_A = \{+3\} \quad \|_A = \{-3\}$$

$$\|_{A \wedge B} = \{+3\}$$

$$\dots \quad \underbrace{\mathbb{L}_B = \{3\}}_{\text{...}} \quad \mathbb{L}_{B'} = \{\pm 3\} \quad]$$

$$\mathbb{L}_B \subset \mathbb{L}_A$$

$$\boxed{\begin{aligned} X^2 &= 2 \\ \Leftrightarrow X &= \sqrt{2} \vee X = -\sqrt{2} \end{aligned}}$$

$$|X| = 4$$

$$(\Rightarrow) X = -4 \vee X = 4$$

$$\sqrt{2} - 4 \quad (\Rightarrow) \quad X = 7 \vee X = -2$$

$$x^2 = 4 \quad (\Rightarrow) \quad x = 2 \quad \vee \quad x = -2$$

$$(\Rightarrow) \quad |x| = 2 \quad (\Rightarrow) \quad x = 2 \quad \vee \quad x = -2$$

$$x^2 = 18$$

$$(\Rightarrow) \quad |x| = \sqrt{18}$$

$$(\Rightarrow) \quad x = \sqrt{18} \quad \vee \quad x = -\sqrt{18}$$

$$x^4 = 18$$

$$(\Rightarrow) \quad x = \sqrt[4]{18} \quad \vee \quad x = -\sqrt[4]{18}$$

$$\begin{aligned}
 & {}^4x = 16 \\
 \Leftrightarrow & \quad {}^4x = {}^4\sqrt[4]{16} = 2 \quad \vee \quad {}^4x = -{}^4\sqrt[4]{16} = -2
 \end{aligned}$$

$${}^4\sqrt[4]{16} = 2, \quad \underline{\text{nicht}} \quad -2$$

${}^4\sqrt[4]{16} = x$ nicht ${}^4x = 16$, aber nur die positive ist hier interessant.

$${}^4\sqrt[4]{16} = \cancel{{}^4\sqrt[4]{16}}$$

$$, 11 = \{ \} = \emptyset$$

$$\begin{aligned}
 & {}^4x = -16 \\
 \sim & \quad < 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & {}^3x = 27 \\
 \cancel{\neq} & \quad \neq
 \end{aligned}$$

$$x = 3 \quad \vee \quad x = -3, \text{ aber } (-3)^3 = -27$$

$$x = 3 \quad \vee \quad x = -3 \quad , \text{ aber } (-3)' = -27$$

$$\sqrt[3]{x} = 27 \iff x = 3$$

$$\sqrt[3]{27} = 3$$

$$\sqrt[3]{x} = -27 \iff x = -3$$

$$\sqrt[3]{-27} = x$$

ist die Lösung der Gleichung
 $\sqrt[3]{x} = -27$, die offensichtlich
 von $x = -3$ gelöst wird.

$$\sqrt[n]{a} \quad , \quad n \text{ gerade, dann muss } a \geq 0$$

$\sqrt[n]{a}$, n ungerade, dann kann auch $a < 0$ sein

$$\sqrt[3]{-27} = -\sqrt[3]{27} = -3$$

Was kann man lösen?

$$\textcircled{1} x^{10} = 4 \quad \checkmark \qquad \textcircled{9} x^{15} = 3 \quad \checkmark$$

$$\textcircled{2} \frac{x^{10}}{710} = -\frac{4}{<0} \quad \times \qquad \textcircled{5} x^{10} = 0 \quad \checkmark$$

$$\textcircled{3} \frac{x^{15}}{710} = -3 \quad \checkmark \qquad \textcircled{6} \frac{|x|}{710} = -\frac{4}{<0} \quad \times$$

NR:

$$\textcircled{1} \sqrt[10]{4}, -\sqrt[10]{4}$$

$$\textcircled{4} \sqrt[15]{-3}$$

$$\textcircled{2} \quad \mathbb{L} = \{\} = \emptyset$$

$$\textcircled{5} \quad \mathbb{L} = \{0\}$$

$$\textcircled{3} \quad \mathbb{L} = \{\sqrt{-3}\}$$

$$\textcircled{6} \quad \mathbb{L} = \{\} = \emptyset$$

$$\boxed{X^n = a}$$

$$6p - \frac{1}{2}(2p-3) = 3(1-p) - \frac{7}{6}(p+2)$$

$$\Leftrightarrow 6p - \frac{1}{2} \cdot 2p + \frac{3}{2} = 3 - 3p - \frac{7}{6}p - \frac{7}{3}$$

$$\Leftrightarrow \underline{36p} - \underline{6p} + 9 = 18 - 18p - \underline{7p} - 14$$