

**Mathematik für Studierende technischer Fächer  
und Studierende der Chemie**  
**Lösungen zum Vorkurs WS 16/17**

Prof. Dr. Kathrin Klamroth  
Britta Schulze, M.Sc.

Bergische Universität Wuppertal  
Fakultät für Mathematik und Naturwissenschaften

Wuppertal, 4. Oktober 2016

### Aufgabe 1

- a) wahr   b) wahr   c) wahr   d) wahr   e) wahr

### Aufgabe 2

- a) wahr   b) wahr   c) wahr   d) wahr

### Aufgabe 3

- a) Es existiert ein im März 2013 in Wuppertal zugelassenes Auto der Marke Fiasko, das höchstens 10 Liter Benzin pro 100 km Autobahnfahrt verbraucht.
- b) Für alle zukünftigen Maschinenbaustudenten im Vorkurs Mathematik für Ingenieure an der Uni Wuppertal gilt, dass sie weder aus Köln noch aus Dortmund stammen.

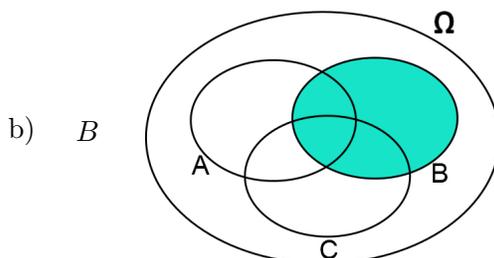
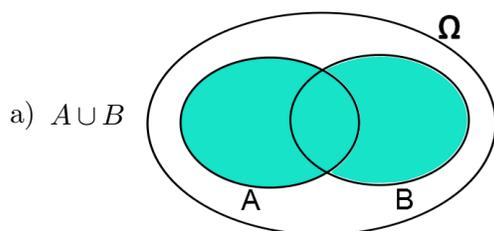
### Aufgabe 4

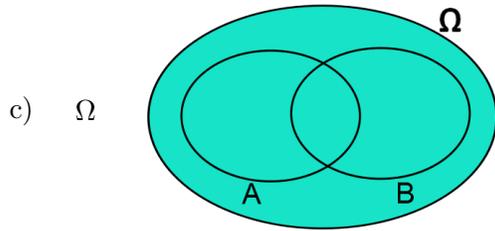
- a)  $A \cap B = \{2\}$    b)  $A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$    c)  $A \setminus B = \{3, 4\}$    d)  $B \setminus A = \{5, 6\}$   
e)  $(A \cup B) \setminus (A \cap B) = \{3, 4, 5, 6\}$    f)  $A \cap D = \{ \}$    g)  $A \cup B \cup C \cup D = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

### Aufgabe 5

- a)  $\Omega \setminus M$ : Schülerinnen und Schüler, die nicht Mathe als Lieblingsfach haben
- b)  $M \cup C$ : Schülerinnen und Schüler, die Mathe als Lieblingsfach haben und im Schulchor singen
- c)  $F \cap T$ : Schülerinnen, die Tennis spielen
- d)  $M \setminus (B \cap T)$ : Schülerinnen und Schüler mit Lieblingsfach Mathe, die nicht sowohl Bio nicht mögen als auch Tennis spielen

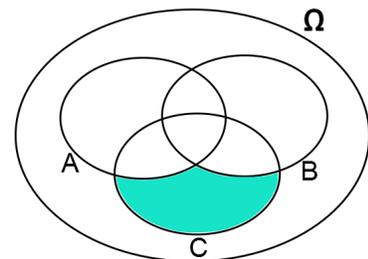
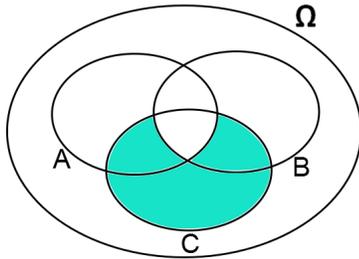
### Aufgabe 6





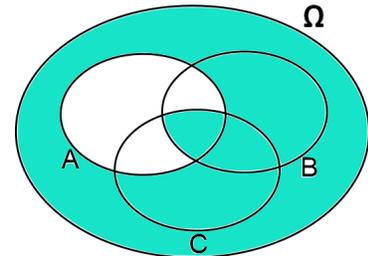
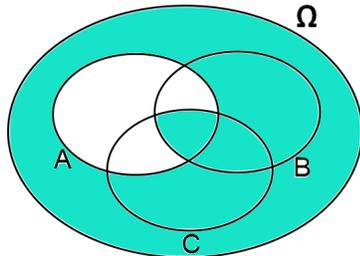
### Aufgabe 7

a)  $(\bar{A} \cap C) \cup (\bar{B} \cap C) = \overline{(A \cup B)} \cap C$



Die Aussage ist falsch.

b)  $\bar{A} \cup (B \cap C) = (\bar{A} \cup B) \cap (\bar{A} \cup C)$



Die Aussage ist wahr.

### Aufgabe 8

- a)  $\{9, 16, 25, 36, 49, 64\}$    b)  $\{1, 3, 5, 7, 9\}$    c)  $\{1\}$

### Aufgabe 9

- a)  $\{n \in \mathbb{N} : 3 \leq n \leq 10\}$    b)  $\left\{ \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N} \wedge 3 \leq n \leq 8 \right\}$    c)  $\left\{ \frac{n}{n+1} : n \in \mathbb{N} \wedge 1 \leq n \leq 5 \right\}$

### Aufgabe 10

- a)  $\{\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\} \rightarrow$  Anzahl Teilmengen:  $2^3 = 8$   
 b)  $\{\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{c, d\}, \{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\}, \{a, b, c, d\}$   
 $\rightarrow$  Anzahl Teilmengen:  $2^4 = 16$

### Aufgabe 11

- a)  $A = [3, 4)$    b)  $B = [13, 19)$    c)  $C = [2, 44]$    d)  $D = (-\infty, -33]$    e)  $E = (5, \infty)$

**Aufgabe 12**

$$A \times B = \{(a, 1), (a, 2), (a, 3), (b, 1), (b, 2), (b, 3), (c, 1), (c, 2), (c, 3), (d, 1), (d, 2), (d, 3)\}$$

**Aufgabe 13**

a) 0.1   b) 0.01   c) 0.6   d) 1.75   e)  $0.\overline{3}$    f)  $0.\overline{09}$

**Aufgabe 14**

a)  $\frac{3}{4}$    b)  $\frac{7}{20}$    c)  $\frac{31}{25}$

**Aufgabe 15**

a)  $6x^3 - 6y^3 + 9x^2y^2$    b) 0   c)  $c^3d - cd^3$    d)  $12tu + 3t^3 - 2s^2 - 4u^3$

**Aufgabe 16**

a)  $(x + 7y)^2$    b)  $(2a + 3b)(2a - 3b)$    c)  $(2a^2 - 5b^2)^2$    d)  $2(x^2 - 3y)(x^2 + 3y)$

**Aufgabe 17**

a)  $a = 0$  nicht erlaubt,  $ab^8$    b)  $t = 0$  nicht erlaubt,  $t^{p+q-r-s}$    c) alle Werte erlaubt,  $\frac{1}{100}$   
 d)  $k = 0$  nicht erlaubt,  $k^4$    e)  $x = -1$  nicht erlaubt,  $\frac{1}{x+1}$

**Aufgabe 18**

a)  $\{a, b, c \in \mathbb{R} : a \neq 0 \wedge b \neq 0 \wedge c \neq 0\}, \frac{c^2 + b^2}{bc}$   
 b)  $\{x, y \in \mathbb{R} : x \neq y \wedge x \neq -y\}, \frac{1}{2}$   
 c)  $\{s, t \in \mathbb{R} : s \neq 0 \wedge t \neq 0 \wedge s \neq -t\}, \frac{1}{4s + 4t}$

**Aufgabe 19**

a)  $K_{15} = 12000 \cdot 1.04^{15} \approx 21611.32$    b)  $K_0 = 50000 \cdot 1.06^{-5} \approx 37362.91$

**Aufgabe 20**

a) G: Gewinn in 2000, Gewinn in 2002:  $0.996 \cdot G$    b) circa 20.48%   c) circa 16.67%

**Aufgabe 21**

a)  $a \in [-4, \infty)$    b)  $y \in (-\infty, -1]$    c)  $x \in \mathbb{R} \setminus (-1, 1)$    d) ex. für kein  $x \in \mathbb{R}$    e)  $a \in [-1, 1]$

**Aufgabe 22**

a)  $\frac{1}{5}$    b)  $\sqrt{1+x}$    c)  $2(b+5)$    d)  $|3a-1|$    e)  $\frac{4}{\sqrt{1-2x}}$    f)  $|a-5|$

**Aufgabe 23**

a)  $\frac{3}{2}\sqrt{2}$    b)  $\frac{7}{3}\sqrt{6t}$    c)  $\frac{\sqrt{a(a+b)} - \sqrt{b(a+b)}}{a-b}$    d) 0

**Aufgabe 24**

a)  $y \geq 0$ ,  $\sqrt[4]{|x|} \cdot \sqrt{y}$    b)  $x \geq -1$ ,  $\sqrt[4]{(x+1)^9}$    c)  $s \geq 0 \wedge s \neq \frac{9}{25}, 2$

**Aufgabe 25**

a) 2   b) -3   c) 0   d)  $\frac{14}{15}$    e)  $-\frac{1}{2}$

**Aufgabe 26**

a)  $1 + \log_3 x$    b)  $1 + \log_5 |a| - \log_5 |y|$    c)  $\frac{1}{2} \lg a + 2 \lg |b| - \frac{1}{4} \lg c$   
d)  $10 \lg (\sqrt[3]{a} + \sqrt[4]{b}) - \lg c$    e)  $\lg 5 + \lg |x| + \frac{1}{2} \lg y - \frac{1}{2} \lg a - \frac{1}{4} \lg b$

**Aufgabe 27**

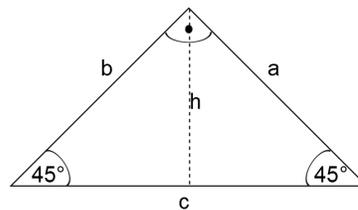
a)  $\log_5 (u^2 v^3)$    b)  $\lg \left( \frac{(a+b)^3}{\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{b}} \right)$    c)  $\log_2 \sqrt[3]{4x}$   
d)  $\log_4 \frac{1}{x+1} = -\log_4 (x+1)$    e) 0   f)  $-\log_{\frac{1}{2}} 6$    g)  $\lg \frac{a^2+1}{a^2}$

**Aufgabe 28**

a)  $\frac{\lg 130}{\lg 4} - \frac{\lg 20}{\lg 3}$    b)  $\frac{\lg 234}{\lg \frac{1}{3}} + \lg 93 - \frac{\lg 92}{\lg 2}$

**Aufgabe 29**

a)  $\frac{3}{4} \lg(a) + \frac{1}{4} \lg(b) - \frac{1}{2} \lg(c) - \frac{1}{4} \lg(d)$    b)  $\frac{7}{8} \ln(x)$

**Aufgabe 30**

Gleichseitiges Dreieck, d.h.  $a = b$  und Höhe  $h = \frac{c}{2}$ .

Mit Pythagoras gilt also:

$$a^2 = h^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2 = \left(\frac{c}{2}\right)^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2 \Leftrightarrow a^2 = \frac{c^2}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2}\sqrt{2}c$$

$$\Rightarrow \sin(45) = \frac{a}{c} = \frac{1}{2}\sqrt{2} \text{ und } \cos(45) = \frac{b}{c} = \frac{1}{2}\sqrt{2}.$$

**Aufgabe 31**

a)  $\sum_{i=1}^{10} i^2$    b)  $\sum_{i=1}^5 \frac{1}{i^3}$    c)  $\sum_{i=2}^9 \frac{1}{i}(-1)^i$    d)  $\sum_{i=2}^9 (-1)^{i+1} \frac{1}{i}$

**Aufgabe 32**

a) 328   b) -22   c) 6   d)  $4 + 6x + 4x^2 + x^3$

**Aufgabe 33**

a) 6   b) 24   c) 120   d) 15.504   e) 10.827.401   f) -2.520   g)  $\frac{3434}{675}$

**Aufgabe 34**

a)  $32 + 80a + 80a^2 + 40a^3 + 10a^4 + a^5$    b)  $81 - 216x + 216x^2 - 96x^3 + 16x^4$

**Aufgabe 35**

a) 0   b) 0   c)  $2^n$    d)  $13^{10}$    e)  $3^n$

**Aufgabe 36**

a)  $\mathbb{L} = \left\{ \frac{1}{5} - \frac{\sqrt{6}}{5}, \frac{1}{5} + \frac{\sqrt{6}}{5} \right\}$    b)  $\mathbb{L} = \left\{ \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}, \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} \right\}$   
 c)  $\mathbb{L} = \{ \}$    d)  $\mathbb{L} = \left\{ 0, \frac{8}{7} \right\}$    e)  $\mathbb{L} = \{1\}$    f)  $\mathbb{L} = \left\{ -\frac{1}{3} \right\}$

**Aufgabe 37**

a) i) genau eine Lösung:  $a = \frac{9}{4}$ , zwei Lösungen:  $a < \frac{9}{4}$ , keine Lösung:  $a > \frac{9}{4}$   
 ii) genau eine Lösung:  $a = \pm 4$ , zwei Lösungen:  $a > 4 \vee a < -4$ , keine Lösung:  $a \in (-4, 4)$   
 b)  $x^2 - 2x - 1 = 0$

**Aufgabe 38**

a)  $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus (-1, 1)$ ,  $\mathbb{L} = \{2\}$    b)  $\mathbb{D} = [-1, 1]$ ,  $\mathbb{L} = \left\{ 0, \frac{1}{2} \right\}$    c)  $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ ,  $\mathbb{L} = \{0\}$   
 d)  $\mathbb{D} = \left\{ x \in \mathbb{R} : x \geq -\frac{10}{3} \right\}$ ,  $\mathbb{L} = \{5\}$    e)  $\mathbb{D} = [-2, \infty)$ ,  $\mathbb{L} = \{30\}$   
 f)  $\mathbb{D} = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 1\}$ ,  $\mathbb{L} = \{4\}$

**Aufgabe 39**

a)  $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ ,  $\mathbb{L} = \left\{ 0, \frac{5}{2} \right\}$    b)  $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$ ,  $\mathbb{L} = \{ \}$    c)  $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ ,  $\mathbb{L} = \{5\}$

**Aufgabe 40**

a)  $x = 1000$    b)  $x = \sqrt[3]{10}$    c)  $x = \sqrt{8}$    d)  $x = \sqrt[3]{10}$    e)  $x = \frac{\sqrt{10}}{3}$    f)  $x = \frac{3}{2}$    g)  $x = 5$   
 h)  $x = 16$

**Aufgabe 41**

- a)  $x = 3$    b)  $x = \log_5(10)$    c)  $x = \log_3(7) + 1$    d) keine Lösung   e)  $x = 4$

**Aufgabe 42**

- a)  $\mathbb{L} = \{-2, 2, -3, 3\}$    b)  $\mathbb{L} = \{-1, 1, -2, 2\}$    c)  $\mathbb{L} = \{\}$    d)  $\mathbb{L} = \left\{-\frac{1}{3}, \frac{1}{5}\right\}$    e)  $\mathbb{L} = \{0\}$   
 f)  $\mathbb{L} = \left\{\frac{1}{e^3}, e^7\right\}$

**Aufgabe 43**

- a)  $\mathbb{L} = \{5, 9\}$    b)  $\mathbb{L} = \{\}$    c)  $\mathbb{L} = \left\{\frac{1}{5}, 9\right\}$    d)  $\mathbb{L} = [2, 4]$

**Aufgabe 44**

- a) Beide Determinanten haben den Wert 22.   b)  $x = 2 \vee x = -2$

**Aufgabe 45**

- a)  $\mathbb{L} = \left\{\left(\frac{8}{3}, \frac{1}{3}\right)\right\}$    b)  $\mathbb{L} = \{\}$    c)  $\mathbb{L} = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : 2x - y = 7\}$

**Aufgabe 46**

- a)  $\mathbb{L} = \left\{\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -2, 10\right)\right\}$

**Aufgabe 47**

- a)  $\mathbb{L} = \{(1, -1, 2)\}$    b)  $\mathbb{L} = \{\}$    c)  $\mathbb{L} = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 : (x_1, x_2, x_3) = (-\frac{1}{2}\lambda, -\frac{1}{2}\lambda, \lambda), \lambda \in \mathbb{R}\}$

**Aufgabe 48**

- a)  $\mathbb{L} = [-8, \infty)$    b)  $\mathbb{L} = (-\infty, -9)$    c)  $\mathbb{L} = \mathbb{R}$    d)  $\mathbb{L} = \left(-\infty, \frac{25}{2}\right]$    e)  $\mathbb{L} = \left(-\infty, \frac{19}{7}\right]$    f)  
 $\mathbb{L} = \left(-\frac{17}{12}, \infty\right)$

**Aufgabe 49**

- a)  $\mathbb{L} = \left[\frac{1}{3}, 3\right]$    b)  $\mathbb{L} = \{\}$    c)  $\mathbb{L} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{5}{2}\right\}$

**Aufgabe 50**

- a)  $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-5\}, \mathbb{L} = (-\infty, -5) \cup [-4, \infty)$   
 b)  $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-5\}, \mathbb{L} = (-5, -4]$   
 c)  $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-3\}, \mathbb{L} = (-\infty, -4] \cup (-3, 5]$

### Aufgabe 51

a)  $\mathbb{D} = \mathbb{R}, \mathbb{L} = [\ln 2, \ln 3]$    b)  $\mathbb{D} = \mathbb{R}, \mathbb{L} = \mathbb{R} \setminus (-1, 1)$    c)  $\mathbb{D} = (1, \infty), \mathbb{L} = [e, e^4]$

### Aufgabe 52

a)  $\mathbb{L} = \left[-\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right]$    b)  $\mathbb{L} = (-\infty, -2]$    c)  $\mathbb{L} = \mathbb{R}$    d)  $\mathbb{L} = (-\infty, -6) \cup (2, \infty)$    e)  $\mathbb{L} = \mathbb{R} \setminus [-3, -1]$

### Aufgabe 53

a) Ja, denn  $x + 1 > x \Leftrightarrow 1 > 0$

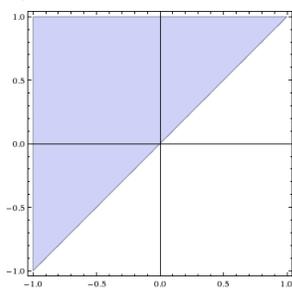
b) Nein, denn z.B.  $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} < \frac{1}{2}$

c) Nein, denn  $x + x > x \Leftrightarrow x > 0$

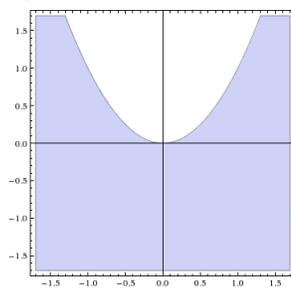
d) Ja, denn  $x^2 + y^2 \geq 2xy \Leftrightarrow (x + y)^2 \geq 0$

### Aufgabe 54

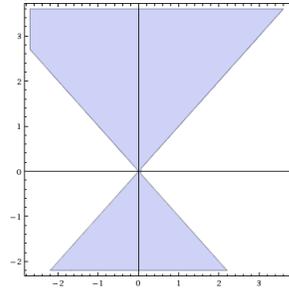
a)  $x - y < 0 \Leftrightarrow x < y$ , ohne Rand



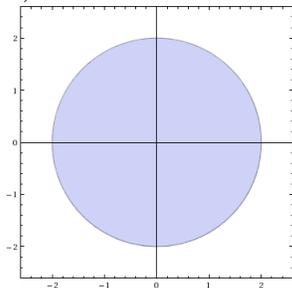
b) mit Rand



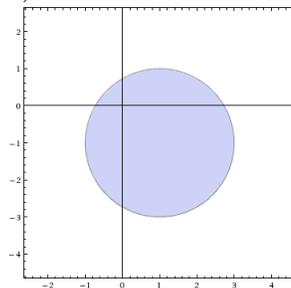
c) mit Rand



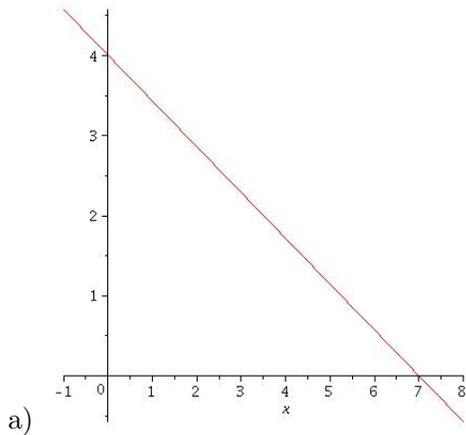
d) mit Rand



e) mit Rand



### Aufgabe 55



b) Die Gerade schneidet die  $x$ -Achse bei  $x = 7$ , die  $y$ -Achse bei  $y = 4$ .

c)  $\frac{y}{4} + \frac{x}{7} = 1$ . Allgemein: Eine Gerade mit der Gleichung  $\frac{y}{a} + \frac{x}{b} = 1$  (Achsenabschnittsform) schneidet die  $x$ -Achse bei  $x = a$ , die  $y$ -Achse bei  $y = b$ .

### Aufgabe 56

a)  $y = \frac{1}{3}x + \frac{85}{99}$     b)  $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$     c)  $y = \frac{5}{6}x$

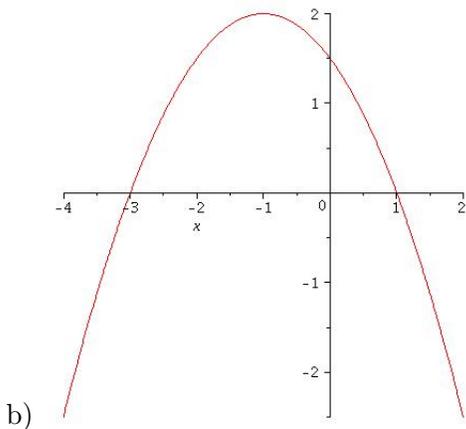
### Aufgabe 57

a) Schnittpunkt  $S(3, 2)$     b) kein Schnittpunkt    c) unendlich viele Schnittpunkte

### Aufgabe 58

a)

$x$	-4	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	$-\frac{5}{2}$	0	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{3}{2}$	0	$-\frac{5}{2}$



c) Nullstellen bei  $x = -3$  und  $x = 1$ .

d) Scheitelpunkt in  $S(-1, 2)$ .

### Aufgabe 59

a)  $f_1(x) = (x + 2)^2 - 4 = x(x + 4)$

b)  $f_2(x) = (x + 3)^2 + 9$

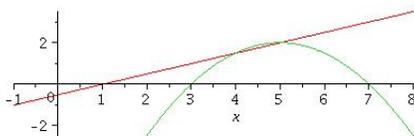
c)  $f_3(x) = -3(x - 5)^2 + 45 = -3(x - (5 + \sqrt{15}))(x - (5 - \sqrt{15}))$

d)  $f_4(x) = 9\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 - 45 = 9\left(x - \left(\frac{1}{3} + \sqrt{5}\right)\right)\left(x - \left(\frac{1}{3} - \sqrt{5}\right)\right)$

e)  $f_5(x) = -(x + 100)^2 + 40000 = -(x + 300)(x - 100)$

f)  $f_6(x) = (x + 50)^2 - 22500 = (x + 200)(x - 100)$

### Aufgabe 60



a)

b) Schnittpunkte bei  $P\left(4, \frac{3}{2}\right)$  und  $Q(5, 2)$ .

**Aufgabe 61**  $P(x) = (x - 1)(x + 1)(x - 2)$

$P(x) > 0$  für  $x \in (-1, 1) \cup (2, \infty)$ ;  $P(x) < 0$  für  $x \in (-\infty, -1) \cup (1, 2)$

**Aufgabe 62**  $P(x) = (x - 1)^3(x + 1)^2$

$P(x) \geq 0$  für  $x \in [1, \infty)$ ;  $P(x) \leq 0$  für  $x \in (-\infty, 1]$

**Aufgabe 63** Nullstellen bei  $x = 3$ ,  $x = -4$ ,  $x = \frac{1}{2}$  und bei  $x = -\frac{1}{2}$

**Aufgabe 64**

a)  $f(x) = \frac{2(x - 1)^2(x + \frac{1}{2})(x - 3)^2}{-2(x - 1)(x - 3)(x + 1)}$

$$g(x) = -\frac{(x - 1)(x + \frac{1}{2})(x - 3)}{x + 1}$$

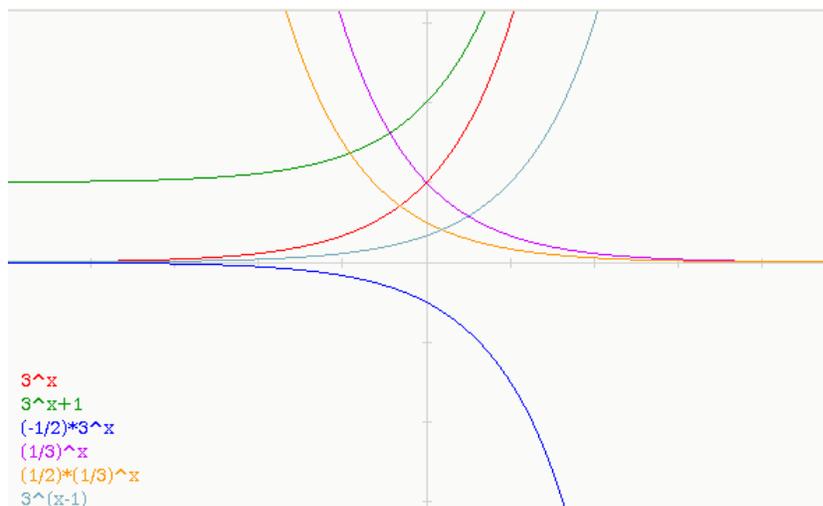
- b) Nullstellen bei  $x = 1$ ,  $x = -1/2$  und bei  $x = 3$   
 Polstelle bei  $x = -1$

c)  $g(x) = -x^2 + \frac{9}{2}x - \frac{11}{2} + \frac{4}{x+1}$

### Aufgabe 65

- a)  $N(x) = 2x$     b)  $N(x) = x^2 - 2x + 5$

### Aufgabe 66



- $g_1(x) = 3^x + 1$ : Verschiebung um 1 in positiver y-Richtung  
 $g_2(x) = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot 3^x$ : Ordinatenhalbierung mit anschließender Spiegelung an der x-Achse  
 $g_3(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ : Spiegelung an der y-Achse  
 $g_4(x) = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x$ : Ordinatenhalbierung mit anschließender Spiegelung an der y-Achse  
 $g_5(x) = 3^{x-1}$ : Ordinatendrittelung bzw. Verschiebung um 1 in pos. x-Richtung

Eigenschaften von Exponentialfunktionen (zusätzliche Infos): Die Graphen von Funktionen mit  $f(x) = a^x$  verlaufen immer oberhalb der x-Achse. Da  $a > 0$  gehen alle Graphen durch den Punkt  $P(1, 0)$ .

Für  $a > 1$  ist mit  $x_2 > x_1$  auch  $a^{x_2} > a^{x_1}$ ; der Graph von f wächst. Für  $a < 1$  folgt aus  $x_2 > x_1$  stets  $a^{x_2} < a^{x_1}$ ; der Graph von f fällt.

Für  $a > 1$  gilt:  $a^x \rightarrow 0$  für  $x \rightarrow -\infty$ ; die x-Achse ist waagerechte Asymptote. Für  $0 < a < 1$  und  $x \rightarrow +\infty$  ist die x-Achse ebenfalls Asymptote.

### Aufgabe 67

$k = \ln(a)$

### Aufgabe 68

Symmetrisch zueinander sind a,c und e,f.

### Aufgabe 69

Seien  $f_a(x) = x - ae^x$  und  $f_b(x) = x - be^x$  mit  $a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

Durch Berechnung der Nullstellen von  $x - ae^x = x - be^x$  ergibt sich  $a = b$ . Somit gibt es für  $a \neq b$  keinen Schnittpunkt.

### Aufgabe 70

$$f_1(x) : \mathbb{D} = \mathbb{R}^+$$

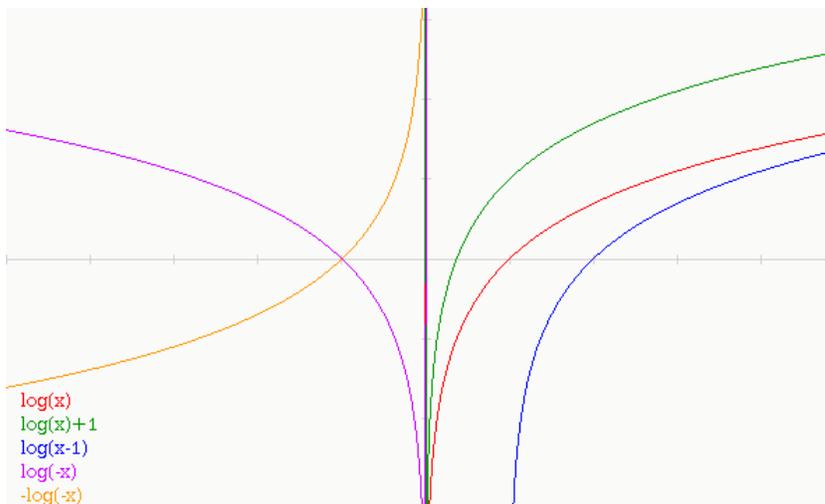
$$f_2(x) : \mathbb{D} = \mathbb{R}^-$$

$$f_3(x) : \frac{x}{x+1} > 0 \text{ wenn } \{x > 0 \wedge x+1 > 0\} \text{ oder } \{x < 0 \wedge x+1 < 0\} \Rightarrow \mathbb{D} = \{x \in \mathbb{R} : x < -1 \vee x > 0\}$$

$$f_4(x) : \frac{1-x}{1+x} > 0 \text{ wenn } \{1-x > 0 \wedge 1+x > 0\} \text{ oder } \{1-x < 0 \wedge 1+x < 0\} \Rightarrow \mathbb{D} = \{x \in \mathbb{R} : -1 < x < 1\}$$

$$f_5(x) : \mathbb{D} = \mathbb{R}^+$$

### Aufgabe 71



$g_1(x) = \ln(x) + 1$ : Verschiebung um 1 in positiver y-Richtung

$g_2(x) = \ln(x - 1)$ : Verschiebung um 1 in positiver x-Richtung

$g_3(x) = \ln(-x)$ : Spiegelung an der y-Achse

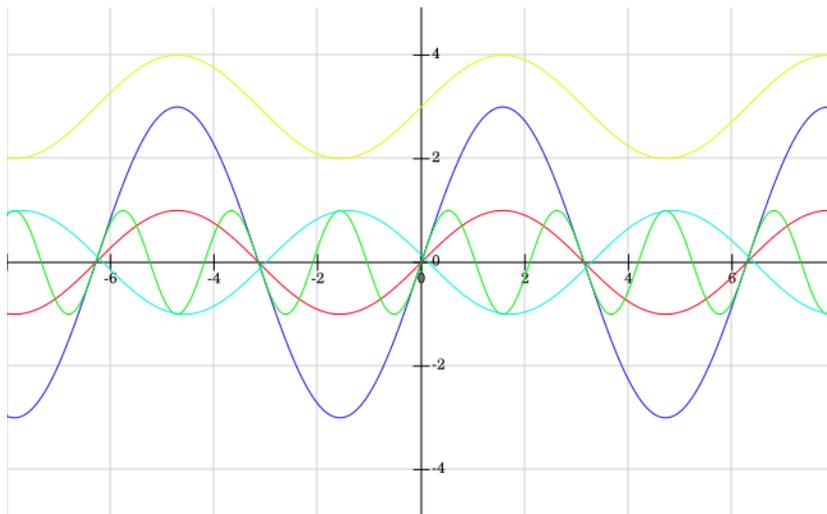
$g_4(x) = -\ln(-x)$ : Spiegelung an der y-Achse und Spiegelung an der x-Achse

### Aufgabe 72

- a)  $\mathbb{D} = (-\infty, 0]$ ,  $x = 1 - e^{e^2}$    b)  $\mathbb{D} = \mathbb{R}^+$ ,  $x = 1 \vee x = e^3$    c)  $\mathbb{D} = \mathbb{R}^+$ ,  $x = 0 \notin \mathbb{D} \vee x = 1$   
d)  $\mathbb{D} = \mathbb{R}^+$ ,  $x = 0 \notin \mathbb{D} \vee x = e$    e)  $\mathbb{D} = \mathbb{R}^+$ , keine Nullstelle   f)  $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ ,  $x = 1 - \frac{1}{3} \ln(2)$

### Aufgabe 73

$\sin(x)$  ist der rote Graph.



$g_1(x) = 3 \sin(x)$ : blau; Streckung entlang y-Achse; Ordinatenverdreifachung

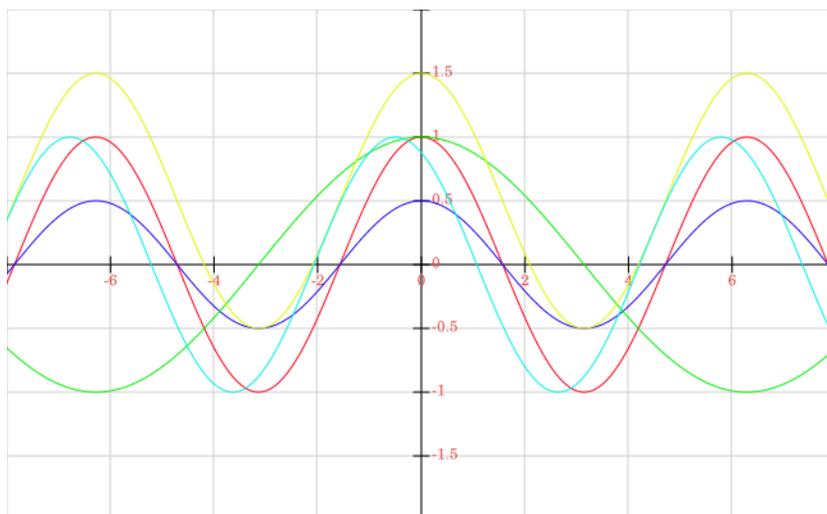
$g_2(x) = \sin(3x)$ : grün; Stauchung entlang x-Achse

$g_3(x) = 3 + \sin(x)$ : gelb; Verschiebung in positive y-Richtung um 3

$g_4(x) = \sin(x + 3)$ : türkies; Verschiebung in negative x-Richtung um 3.

### Aufgabe 74

$\cos(x)$  ist der rote Graph.



$f_1(x) = \frac{1}{2} \cos(x)$ : blau; Stauchung entlang y-Achse

$f_2(x) = \cos(\frac{1}{2}x)$ : grün; Streckung entlang x-Achse

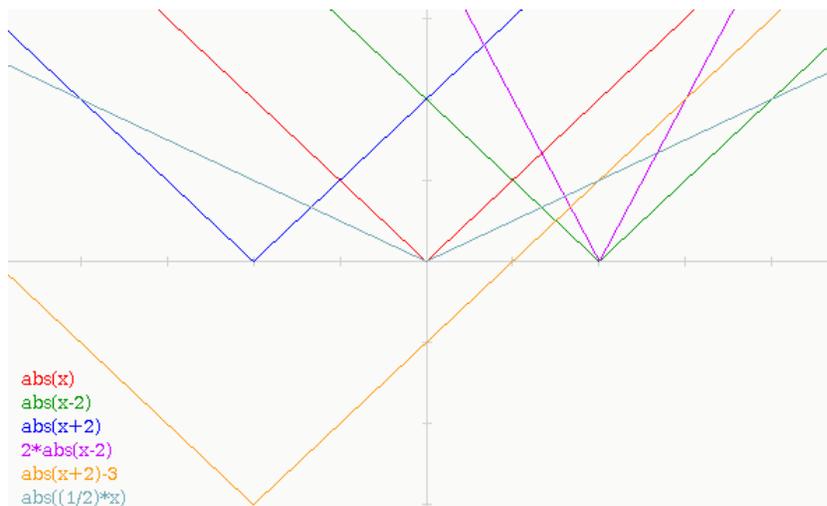
$f_3(x) = \frac{1}{2} + \cos(x)$ : gelb; Verschiebung in positive y-Richtung um  $\frac{1}{2}$

$f_4(x) = \cos(x + \frac{1}{2})$ : türkies; Verschiebung in negative x-Richtung um  $\frac{1}{2}$ .

### Aufgabe 75

- a)  $x = \pm\sqrt{2k\pi}, k \in \mathbb{N}_0$     b)  $x = \left(\frac{3}{4} + k\right)\pi, k \in \mathbb{Z}$     c)  $x = 1 + k\pi, k \in \mathbb{Z}$     d)  $x = 2 + 4k, k \in \mathbb{Z}$

### Aufgabe 76



$g_1(x) = |x - 2|$ : Verschiebung um 2 in positive x-Richtung

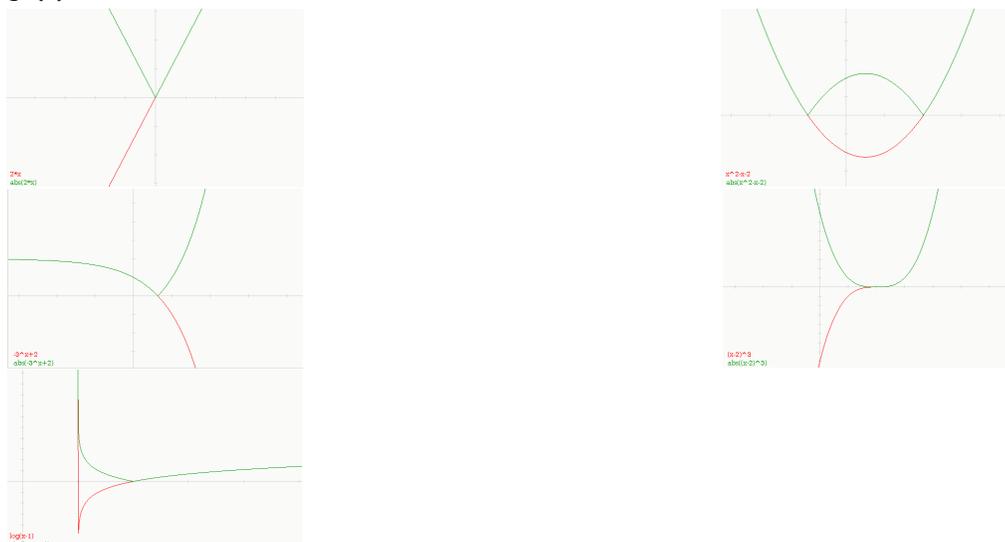
$g_2(x) = |x + 2|$ : Verschiebung um 2 in negative x-Richtung

$g_3(x) = 2|x - 2|$ : Verschiebung um 2 in positive x-Richtung und Ordinatenverdopplung

$g_4(x) = |x + 2| - 3$ : Verschiebung um 2 in negative x-Richtung und Verschiebung um 3 in negative y-Richtung

$g_5(x) = \left|\frac{1}{2}x\right|$ : Ordinatenhalbierung

### Aufgabe 77



Die Betragsfunktionen entstehen jeweils, indem alle Teile von  $f$  unterhalb der x-Achse an der x-Achse nach oben gespiegelt werden.

### Aufgabe 78

a)  $a_n = 2(-1)^{n+1}$     b)  $a_n = 1 + \frac{1}{n} = \frac{n+1}{n}$     c)  $a_n = 2^n - 1$     d)  $a_n = n^n$

### Aufgabe 79

a) Die Folge ist monoton wachsend, durch  $-2$  nach unten und durch  $0$  nach oben beschränkt und somit konvergent.

b) Die Folge ist streng monoton wachsend, durch  $0$  nach unten und nach oben nicht beschränkt mit  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$ .

c) Die Folge ist alternierend, nicht beschränkt und somit auch nicht konvergent.

d) Die Folge ist monoton wachsend, nach unten beschränkt und nach oben unbeschränkt mit  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$ .

### Aufgabe 80

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 5}{n} = \infty$     b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n - 20n^2 + 3}{4n^2 - 11n + 2} = -5$     c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 10^{50}n^2}{n^3 + 1} = 0$

### Aufgabe 81

a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^4 - 16} = \frac{1}{8}$     b)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^4 - 81}{x^3 - 3x^2 + 2x - 6} = \frac{108}{11}$     c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x^5 + 3x^2 - 1}{5x^5 - x + 10} = -\frac{2}{5}$

### Aufgabe 82

$a = 3$  und  $b = 0$

### Aufgabe 83

$f$  ist an der Stelle  $x = 0$  nicht stetig.