BERGISCHE UNIVERSITÄT WUPPERTAL

21.06.17

Fakultät 4 - Mathematik und Naturwissenschaften
Prof. N. V. Shcherbina
Dr. T. P. Pawlaschyk
www.kana.uni-wuppertal.de

Tutorium zur Analysis 2, SoSe 2017

Tutorium 9

Aufgabe 1 (Satz über implizite Funktionen)

(a) Bestimmen Sie für festes $r \in \mathbb{R}$ die Lösungen der Gleichung $x^2 + y^2 = r$ mit $x, y \in \mathbb{R}$.

(b) Diskutieren Sie, ob man $ye^x - xe^y = 0$ nach x oder y auflösen kann.

(c) Wie lautet der Satz über implizite Funktionen und was ist seine geometrische Interpretation? Wie sieht er für die Spezialfälle $k = n$ und $m = 1$ aus? Wie für $k = 1$ und $m = n$? (Siehe Notation in der Vorlesung.)

Aufgabe 2 (Satz über implizite Funktionen)

(a) Lösen Sie die Gleichung $y + 1 - xy - \cos(y) = 0$ nahe des Punktes $(0, 0)$ nach $y = g(x)$ auf und berechnen Sie $g'(0)$. Kann man auch nach x auflösen?

(b) Untersuchen Sie die Auflösbarkeit des Gleichungssystems

$$f_1(x_1, x_2, x_3) := x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 - 7 = 0$$
$$f_2(x_1, x_2, x_3) := x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 + 2 = 0$$

nach x_2, x_3 nahe $(2, -1, 0)$. Berechnen Sie gegebenenfalls das Differential der auflösenden Abbildung in $x_1 = 2$. Was sind x und y in der Notation aus der Vorlesung? Kann man auch nach anderen Variablen auflösen?

Aufgabe 3 (Umkehrsatz und Polarkoordinaten) Sei $f\colon (0, \infty) \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ die Abbildung

$$f(r, \varphi) := (r \cos\varphi, r \sin\varphi).$$

Zeigen Sie, dass f lokal invertierbar mit differenzierbarer Inverse ist. Ist sie injektiv? Auf welchem Definitionsbereich ist sie injektiv? Was ist das Bild von f?