



Tutorium zur Analysis 2, SoSe 2017

Tutorium 13

Aufgabe 1 (Integration über Normalbereiche)

Bestimmen Sie den Flächeninhalt von $K := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$.

Aufgabe 2 (Uneigentliche Integration) Überprüfen Sie

$$\int_{[1, \infty) \times [-1, 2]} \frac{y}{x^2} d(x, y)$$

auf Existenz und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert.

Aufgabe 3 (Parameterintegrale) Sei $K \subset \mathbb{R}^3$ kompakt und Jordan-messbar. Definiere mit einer integrierbaren Funktion $g: K \rightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion $F: \mathbb{R}^3 \setminus K \rightarrow \mathbb{R}$ durch

$$F(y) := \int_K \frac{g(x)}{|x - y|} dx.$$

Zeigen Sie, dass F harmonisch ist, also $\Delta F := \sum_{i=1}^3 \frac{\partial^2 F}{\partial y_i^2} = 0$ gilt.

Aufgabe 3 (Transformationsformel) Sei $P := \{s(2, 2) + t(1, 2) \mid s, t \in [0, 1]\}$. Berechnen Sie $\int_P xy d(x, y)$ mittels der Transformation $x = u - v$, $y = 2u - v$.