



Tutorium zur Analysis 2, SoSe 2017

Tutorium 10

Aufgabe 1 (Satz über implizite Funktionen)

Sei eine $m \times (n + m)$ Matrix A gegeben. Untersuchen Sie das Gleichungssystem $Ax = 0$ auf Auflösbarkeit. Wie verhält sich dieses Resultat zusammen mit dem Satz über implizite Funktionen?

Aufgabe 2 (Satz über implizite Funktionen) Nahe welcher Punkte und nach welchen Variablen kann das Gleichungssystem $x^2 - y^2 = 0$, $y^2 - z^2 = 0$ aufgelöst werden?

Aufgabe 3 (Mengen und Satz über implizite Funktionen) Sei eine Kurve $\gamma: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ durch $\gamma(t) := (1 + t^2, t^3)$ gegeben.

- Zeigen Sie, dass $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x - 1)^3 - y^2 = 0\} = |\gamma|$ gilt.
- Zeigen Sie, dass die Kurve γ nahe $(2, 1)$ nach $y = g(x)$ aufgelöst werden kann.
- Kann γ nahe des Punktes $(1, 0)$ nach x oder y aufgelöst werden?

Aufgabe 4 (Schranksatz) Sei $G \subset \mathbb{R}^n$ ein konvexes Gebiet und $f: G \rightarrow \mathbb{R}^n$ eine stetig differenzierbare Funktion mit $\|Df(x) - E_n\| < 1$ für alle $x \in G$. Zeigen Sie, dass f bereits injektiv ist.