

BERGISCHE UNIVERSITÄT WUPPERTAL
Fachbereich C Mathematik und Naturwissenschaften

Übungen zur Einführung in die Funktionentheorie SoSe 2015
Übungsblatt 5

Prof. Dr. Nikolay Shcherbina

Abgabe: 21.05.2015, 14 Uhr

Aufgabe 1 Untersuchen Sie die folgenden Funktionen $\mathbb{C} \rightarrow \mathbb{R}$ daraufhin, ob sie Realteil einer in ganz \mathbb{C} komplex differenzierbaren Funktion $\mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ sein können und geben sie diese ggf. an.

Notation: $z = x + iy \in \mathbb{C}$, $x, y \in \mathbb{R}$.

(i) $a(z) = x^2 - y^2$

(ii) $b(z) = x^2 + y^2$

(iii) $c(z) = x^3$

(iv) $d(z) = e^x \cos(y)$

Aufgabe 2 Sei $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ holomorph. Zeigen Sie, dass die Funktion

$$g : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, z \mapsto \overline{f(\bar{z})}$$

holomorph ist und bestimmen Sie g' .

Aufgabe 3 Sei $G \subseteq \mathbb{C}$ ein Gebiet und $f = u + iv \in \mathcal{O}(G)$ mit Real- bzw. Imaginärteil u bzw. v . Wann gilt $u^2 + iv^2 \in \mathcal{O}(G)$?

Aufgabe 4 Sei $f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k z^k$ eine Potenzreihe, die gleichmäßig in \mathbb{C} konvergiert. Zeigen Sie, dass dann f ein Polynom sein muss.