

BERGISCHE UNIVERSITÄT WUPPERTAL  
Fachbereich C Mathematik und Naturwissenschaften

Übungen zur Einführung in die Funktionentheorie SoSe 2015  
Übungsblatt 2

Prof. Dr. Nikolay Shcherbina

Abgabe: 30.04.2015, 14 Uhr

---

**Aufgabe 1** Skizzieren Sie folgenden Mengen in der komplexen Zahlenebene:

- (i)  $M_1 := \{z \in \mathbb{C} : |z| \geq |z + i|\}$ ,
- (ii)  $M_2 := \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z^2) = z\}$ ,
- (iii)  $M_3 := \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im}\left(i \frac{1+z}{1-z}\right) > 0\}$ .

**Aufgabe 2** Bestimmen Sie die Häufungspunkte der nachstehenden Folgen:

- (i)  $z_n = \lambda^n(2 + 2i)^n$ , für  $\lambda \in \mathbb{R}$ ,
- (ii)  $z_n = \frac{1}{n^4} \operatorname{Im}(i + n)^5$ .
- (iii)  $z_n = \frac{1}{8^n} |(1 + i)^n| \cdot |2 + 2i|^n$

**Aufgabe 3** Untersuchen Sie die nachstehenden Folgen auf Konvergenz:

- (i)  $z_n = i^n$
- (ii)  $z_n = \left(\frac{1}{1+i}\right)^n$
- (iii)  $z_n = n^2(i^n - 1)$

**Aufgabe 4** Untersuchen Sie die folgenden Reihen jeweils auf Konvergenz und auf absolute Konvergenz:

- (i)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + i^n}{n!}$
- (ii)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n}{n}$
- (iii)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1+i)^n}{n^2}$