

Analysis 1

Übungsblatt 5

Prof. Dr. N. Shcherbina, Dr. R. Andrist

Abgabe: 19. Mai 2014

1. [8 Punkte] Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz.

(a)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$$

(b)
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left((1 - (-1)^n)^{(-1)^n} \right)^n$$

(c)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 \cdot (n+5)^7}{7 \cdot 5^{n+3}}$$

(d)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{n+1} - \sqrt{n} \right)$$

(e)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$$

Hinweis: evtl. nützlich ist $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \geq 2$. [1 Punkt für Hinweis]

(f)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n} \right)$$

(g)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{(-1)^n}{n} \right)$$

2. [1 Punkt] Geben Sie ein Beispiel einer konvergenten Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$

mit einer divergenten Umordnung $\sum_{n=1}^{\infty} a_{k(n)}$.

Umordnung bedeutet, dass $k: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ bijektiv ist.

3. [1 Punkt] Untersuchen Sie das folgende Cauchy-Produkt von Reihen auf Konvergenz:

$$\left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \right) \cdot \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \right)$$

Abgabe: jeweils **Montags bis 12 Uhr** in die Postfächer der zuständigen Übungsgruppenleiter.