BERGISCHE UNIVERSITÄT WUPPERTAL

die studien eingangs phase

GEFÖRDERT VOM Bundesministerium für Bildung und Forschung

Übungsblatt 10

Mathematik für Ingenieure (Maschinenbauer und Sicherheitstechniker), 2. Semester, bei Prof. Dr. G. Herbort im SoSe13 – Dipl.-Math. T. Pawlaschyk, 18.06.13

Themen: Tangentialräume, Implizite Funktionen, Polarkoordinten im $\mathbb{R}^3$, Extremstellen

Aufgabe 1

(a) Sei $M \subset \mathbb{R}^3$ die Fläche, die durch die Gleichung $x_1 x_2 x_3 = 1$ gegeben ist. Was ist der Tangentialraum an M im Punkt $(1, 2, 1/2)$?

(b) Sei $M := \{\vec{x} \in \mathbb{R}^3 \,|\, x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 = 1\}$. Bestimmen Sie den Tangentialraum an M in $(x_1^0, x_2^0, 0) \in M$ und zeigen Sie, dass dieser parallel zur x_3-Achse verläuft.

Aufgabe 2

Sei $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ eine Funktion, für die F_z keine Nullstelle hat. Es gelte $F(3, 2, 1) = 0$ und $\nabla F(3, 2, 1) = (4, -7, 2)$. Die Funktion $g(x, y)$ erfülle die Bedingung $F(x, y, g(x, y)) = 0$ und $g(3, 2) = 1$.

Berechnen Sie die linearisierte Abbildung L_g zu g bei $(3, 2)$.

Aufgabe 3

Die bijektive Abbildung $\psi : \mathbb{R}^+ \times (-\pi, \pi) \times (0, \pi) \to (\mathbb{R}^2 \setminus \{(x_1, 0) : x_1 \leq 0\}) \times (\mathbb{R} \setminus \{0\})$ definiert durch

$$\psi(r, \varphi, \theta) := \begin{pmatrix} r\sin(\theta)\cos(\varphi) \\ r\sin(\theta)\sin(\varphi) \\ r\cos(\theta) \end{pmatrix}$$

liefert Polarkoordinaten im $\mathbb{R}^3$.

(a) Bestimmen Sie die Jacobi-Matrix von ψ sowie deren Determinante.

(b) Sei $f(\vec{x}) := \frac{x_1+x_2+x_3}{\|\vec{x}\|}$. Bestimmen Sie die Jacobi-Matrix von $f \circ \psi$.

Aufgabe 4

Untersuchen Sie $f(\vec{x}) := 12x_1^2 x_2 - 12x_1 x_2 + 4x_2^3$ auf lokale Extremstellen. Hat f auch globale Extremstellen?

Aufgabe (Stochastik)

a) Aus einer laufenden Produktion wurden 100 Kolbenringe entnommen und ihre Innendurchmesser gemessen (in mm). Die Messung erfolgte auf 0.05 mm genau. Die folgende Tabelle zeigt die gemessenen Durchmesser x_i und die Anzahl n_i derjenigen Kolbenringe, die den Innendurchmesser x_i aufwiesen.

x_i	89.85	89.90	89.95	90.00	90.05	90.10	90.15
n_i	2	6	20	40	22	8	2

Es sei X der Innendurchmesser eines von diesen 100 auf gut Glück ausgewählten Kolbenringen.

Berechnen Sie Erwartungswert, Varianz und Streuung.

b) Angenommen, ein Würfel werde 2-mal hintereinander geworfen. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Gesamtaugenzahl X aus beiden Würfen, d.h.: Bestimmen Sie die Funktion $k \longmapsto P(\{X = k\})$ für $k = 2, ..., 12$.

Aufgabe (Wiederholung)

Wo ist die Kurve $\alpha(t) = (\sin(2t), \sin t)$ für $t \in [0, \pi]$ regulär? Wie ist die Tangente an α in $\alpha(\pi/3)$?