

## Übungsblatt 8

Mathematik für Ingenieure (Maschinenbauer und Sicherheitstechniker), 2. Semester, bei Prof. Dr. G. Herbot in SoSe13 – Dipl.-Math. T. Pawlaschky, 04.06.13

### Themen: Geometrie im $\mathbb{R}^n$ , Komposition, Folgen, Stetigkeit

#### Aufgabe 1

Das folgende Dreieck im  $\mathbb{R}^5$  habe die Eckpunkte  $\vec{A} = (2, 4, 1, -3, -1)$ ,  $\vec{B} = (2, 5, 6, 11, -3)$  und  $\vec{C} = \vec{0}$ . Bestimmen Sie die Seitenlängen und die Winkel, wenn man das Dreieck als Dreieck in der von  $\vec{A}$ ,  $\vec{B}$  und  $\vec{C}$  definierten Ebene ansieht.

#### Aufgabe 2

Seien zwei Abbildungen  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  und  $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  gegeben durch

$$f(x_1, x_2) = \begin{pmatrix} 2x_1 - 3x_2^2 + 2 \\ -5x_1x_2 - 1 \\ x_2^2 - 7 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad g(y_1, y_2, y_3) = \begin{pmatrix} y_1 - 3y_2^2y_3 \\ y_2 - 2y_3 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie  $f \circ g$  sowie  $g \circ f$ .

#### Aufgabe 3

Prüfen Sie, ob die nachstehenden dreidimensionalen Folgen  $(\vec{x}^{(k)})_{k \in \mathbb{N}}$  und  $(\vec{y}^{(k)})_{k \in \mathbb{N}}$  einen Grenzwert besitzen und berechnen Sie diesen ggf.

$$\vec{x}^{(k)} = \begin{pmatrix} e^{-k}(-1)^k \\ \frac{\cos(k)}{k} \\ \frac{2k^2+k-1}{3(k+7)^2} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{y}^{(k)} = \begin{pmatrix} \sin\left(\frac{k+3}{k^2}\right) \\ \cos(k\pi) \\ \log(k^{-1}) \cdot e^{k^2} \end{pmatrix}$$

#### Aufgabe 4

Sei  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  gegeben durch

$$f(x_1, x_2) := \begin{cases} \frac{x_1^3 - x_2^4}{x_1^2 + 3x_2^4}, & (x_1, x_2) \neq (0, 0) \\ 0, & (x_1, x_2) = (0, 0) \end{cases}$$

- Prüfen Sie, wo  $f$  auf  $\mathbb{R}^2$  stetig ist.
- Bestimmen Sie die partiellen Ableitungen von  $f$ , sofern diese existieren.
- Berechnen Sie die partiellen Ableitungen der Funktion

$$f(x_1, x_2, x_3) := \frac{x_1(x_2 + x_3) + x_1^2}{1 + \|\vec{x}\|^2}$$

bei  $\vec{x}_0 := (-2, 2, 1)$ .

**Aufgabe (Stochastik)**

Ein Fernsehgerätehersteller weiß, dass 5% seiner Geräte vor der Endkontrolle noch Fehler aufweisen. In der Endkontrolle wird ein fehlerhaftes Gerät mit W'keit 0.94 entdeckt. Ein fehlerfreies Gerät wird mit W'keit 0.08 als defekt eingestuft. Man berechne die W'keiten für die Ereignisse:

$A =$  "Ein Gerät wird als defekt eingestuft"

$B =$  "Ein defektes Gerät wird als wird als fehlerfrei eingestuft".

**Aufgabe (Wiederholung)**

Sei  $r > 0$ . Berechnen Sie die Bogenlänge der Zykloide  $\alpha(t) = (r(t - \sin t), r(1 - \cos t))$  für das Intervall  $[0, 2\pi]$ .