Übungsblatt 7

Mathematik für Ingenieure (Maschinenbauer und Sicherheitstechniker), 2. Semester, bei Prof. Dr. G. Herbort im SoSe13 – Dipl.-Math. T. Pawlaschyk, 28.05.13

Themen: Flächen, Volumen, Oberflächen von Drehkörpern

Aufgabe 1

(a) Welche Fläche umschließt die Astroide α, die durch die Parametrisierung $\alpha(t) = (\cos^3(t), \sin^3(t))$, $t \in [0, 2\pi]$, gegeben ist? Wie ist die Bogenlänge von α?

(b) Sei α die Pascalsche Schnecke, die mit Hilfe der Polarkoordinaten $r = a \cos t + b$ mit $b \geq a$ bestimmt ist. Wie groß ist der Flächeninhalt, der von α umschlossen wird?

Aufgabe 2

(a) Die Sinuskurve $y = \sin x$ rotiere um die x-Achse, wobei $0 \leq x \leq \pi$. Welches Volumen und welche Mantelfläche hat die Drehfigur?

(b) Die Kurve $y = x^\alpha$ mit $0 \leq x \leq 2$ rotiere um die x-Achse, wobei $0 < \alpha < 1$. Welches Volumen hat die entstehende Drehfigur?
Berechnen Sie für $\alpha = \frac{1}{2}$ und $\alpha = \frac{1}{3}$ auch die Mantelfläche.

(c) Sei $n \in \mathbb{N}$ eine natürliche Zahl. Berechnen Sie die Fläche F_n unterhalb des Graphen von $f(x) = 1/x$ über dem Intervall $[1, n]$. Was ist das Volumen V_n des Rotationskörpers, der durch Drehung des Graphen von f über $[1, n]$ entsteht? Was passiert mit F_n bzw. V_n, wenn n gegen Unendlich läuft?

Aufgabe 3

(a) Berechnen Sie das Volumen des Körpers, der durch die Drehung des Graphen von $f(x) = \frac{1}{x+1}$ auf $[0, 1]$ um die y-Achse entsteht.

(b) Der Graph der Funktion $f(x) = \ln x$ definiert auf $[1, 2]$ rotiere um die y-Achse. Berechnen Sie das Volumen sowie die Mantelfläche des Rotationskörpers.

Aufgabe (Stochastik)

Der Durchmesser d eines Fußballs sei rechteckverteilt mit Parametern $a = 31$ cm und $b = 32,5$ cm. Mit welcher Wahrscheinlichkeit liegt sein Volumen V im Intervall $[16000 \text{ cm}^3, 17000 \text{ cm}^3]$?

Aufgabe (Wiederholung) Berechnen Sie zur Funktion

$$R(x) = \frac{3x^3 - 9x^2 + 7x + 1}{(x-3)^2 \cdot (x^2 + 2)}$$

das Integral über $[-2, 2]$.