Übungsblatt 3

Mathematik für Ingenieure (Maschinenbauer und Sicherheitstechniker), 2. Semester, bei Prof. Dr. G. Herbort im SoSe13 – Dipl.-Math. T. Pawlaschyk, 23.04.13

Themen: Taylorpolynom, Stammfunktionen, partielle Integration

Aufgabe 1 Sei $f(x) = e^{2x}(x+1)$.

(a) Bestimmen Sie eine allgemeine Formel für die n-ten Ableitungen $f^{(n)}$ von f für $n \in \mathbb{N}_0$.

(b) Was sind dann die Taylorpolynome $T_{n,f,0}$ und $T_{n,f,\ln(1/2)}$ für $n \in \mathbb{N}_0$?

Aufgabe 2 Was ist für $n \geq 1$ das $(2n-1)$-te Taylorpolynom $T_{2n-1,f,0}$ der folgenden Funktion

$$f(x) = \ln \frac{1+x}{1-x}.$$

Bestimmen Sie damit $\ln 2$ bis auf drei Nachkommastellen.

Aufgabe 3 Sei f definiert als $f(x) := e^{-x^{-2}}$ für $x \neq 0$ und $f(0) := 0$.

(a) Berechnen Sie die ersten beiden Ableitungen von f.

(b) Bestimmen Sie die lokalen Extremstellen von f.

(c*) Zeigen Sie, dass $f^{(n)}(0) = 0$ für alle $n \in \mathbb{N}_0$. Vergleichen Sie die Taylorpolynome $T_{n,f,0}$ mit der ursprünglichen Funktion f nahe 0.

Aufgabe 4 Berechnen Sie folgende Integrale.

$$\text{(i)} \int_1^2 x^2 + \frac{2}{x^3} + \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}}\,dx \quad \text{(ii)} \int_1^2 \frac{x^4+1}{x^5+5x}\,dx \quad \text{(iii)} \int_0^{\pi/2} \cos^2(x)\,dx \quad \text{(iv)} \int_1^e x^2 \ln(x)^2\,dx$$

$$\text{(v)} \int_2^{2\sqrt{3}} \frac{1}{4+x^2}\,dx \quad \text{(vi)} \int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}-1}\,dx \quad \text{(vii)} \int_0^1 \frac{e^x}{1+e^{2x}}\,dx$$

Aufgabe (Stochastik)

Man weiß, dass die in einem Betrieb hergestellten CDs mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,025 unabhängig voneinander defekt sind. Das Unternehmen verkauft die CDs im Zehnerpack und bietet eine Geld-zurück-Garantie an, wenn mindestens 2 der CDs defekt sind. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird eine Packung zurück gegeben ?

Aufgabe (Wiederholung) Ein Dreieck ABC sei gegeben durch die Punkte

$$\vec{A} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{B} = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{C} = \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \end{pmatrix}.$$

(a) Berechnen Sie den Punkt $\vec{D}$, der die Seite $\overline{AC}$ von $\vec{A}$ aus im Verhältnis $2:1$ teilt.

(b) Bestimmen Sie die Gerade g_1 in Punktrichtungsform, die durch $\vec{D}$ und $\vec{B}$ verläuft.

(c) Bestimmen Sie die Gerade g_2 (in Punktrichtungsform), die durch A verläuft und die Seite $\overline{BC}$ senkrecht schneidet. Berechnen Sie diesen Schnittpunkt $\vec{H}$, sowie die Höhe h des Dreiecks ABC an $\overline{BC}$.

(d) Was ist die Fläche des Dreiecks ABC?