

## Übungsblatt 2

Mathematik für Ingenieure (Maschinenbauer und Sicherheitstechniker), 2. Semester, bei Prof. Dr. G. Herbort im SoSe13 – Dipl.-Math. T. Pawlaschyk, 16.04.13

### Themen: Konvexität, Newtonverfahren, Taylorpolynom

**Aufgabe 1** (a) Bestimmen Sie diejenigen Intervalle, auf denen die folgenden Funktionen

$$f(x) = 4xe^{-\frac{1}{8}x^2} \quad \text{und} \quad g(x) = \frac{(x-1)^2}{x^2+1}$$

konvex bzw. konkav sind.

(b) Seien  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  differenzierbare Funktionen. Sei  $g$  zusätzlich monoton steigend. Zeigen Sie: Hat  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  in  $x_0$  ein lokales Extremum, so auch  $g \circ f$ . Gilt auch die Umkehrung?

**Aufgabe 2** Wenden Sie auf  $[-1, 2]$  die ersten 5 Schritte des Newtonverfahrens auf  $f(x) = xe^x - 1$  an, um die Gleichung

$$xe^x = 1$$

zu lösen. Warum gibt es genau eine Lösung?

**Aufgabe 3** Sei  $f(x) = \arctan(x)$ . Bestimmen Sie für  $k = 1, 2, \dots, 5$  das Taylorpolynom  $T_{k,f,0}(x)$  von  $f$  der Ordnung  $k$  an der Stelle  $x_0 = 0$  und zeichnen Sie dieses im Intervall  $[-2, 2]$ . Vergleichen Sie für  $k = 1, 2, \dots, 5$  das Produkt  $6 \cdot T_{k,f,0}(\sqrt{\frac{1}{3}})$  mit der Kreiszahl  $\pi$ .

**Aufgabe 4 (Stochastik)** Ein Steuerpult besteht aus 5 Schaltern, von denen jeder 4 Stellungen haben kann. Jede Kombination der Stellungen dieser Schalter habe die gleiche W'keit. Mit welcher W'keit haben je zwei benachbarte Schalter verschiedene Stellungen?

**Aufgabe (Wiederholung)** Sei  $f(x) = x^2 \cdot e^x$ . Zeigen Sie, dass für die  $n$ -te Ableitung von  $f$  gilt:

$$f^{(n)}(x) = (x^2 + 2nx + n(n-1))e^x, \quad \text{wobei } n \in \mathbb{N}_0$$