

Übungsblatt 1

Mathematik für Ingenieure (Maschinenbauer und Sicherheitstechniker), 2. Semester, bei Prof. Dr. G. Herbot im SoSe13 – Dipl.-Math. T. Pawlaschky, 09.04.13

Themen: Kurvendiskussion, Regel von De L'Hospital, Ereignis

Aufgabe 1 Für welche $a, b \in \mathbb{R}$ ist folgende Funktion in $x = 0$ differenzierbar?

$$f(x) = \begin{cases} 3^{x+4b}, & x \geq 0 \\ 27^{2bx+a}, & x < 0 \end{cases}$$

Lösungen zu Aufgabe 1 Damit f differenzierbar in $x = 0$ ist, muss f mindestens in $x = 0$ stetig sein.

Daraus folgt zunächst die Bedingung $b = 3a/4$, indem man $x = 0$ in beide Funktionen einsetzt und diese vergleicht. Man leite beide Funktionen, die f beschreiben, ab, setze $x = 0$ in beide Ableitungen ein und vergleiche diese. Zusammen mit der Bedingung $b = 3a/4$ gewinnt man $b = 1/6$ und $a = 2/9$.

Aufgabe 2 Sei $f(x) = \frac{(x-2)^2}{x^3} e^{-x}$.

- (a) Bestimmen Sie den Definitionsbereich D_f sowie die Nullstellen von f .
- (b) Berechnen Sie die erste Ableitung f' von f . Was sind die Nullstellen von f' ?
- (c) Untersuchen Sie f auf Monotonie.
- (d) Was sind die lokalen Extremstellen von f ?
- (e) Bestimmen Sie $\lim_{x \uparrow 0} f(x)$ und $\lim_{x \downarrow 0} f(x)$.
- (f) Untersuchen Sie das Randverhalten von f . Hat f globale Extremstellen?
- (g) Ist f *achsensymmetrisch* zur y -Achse, d.h. $f(x) = f(-x)$ für alle $x \in D_f$? Ist f *punktsymmetrisch* zum Ursprung, d.h. $-f(x) = f(-x)$ für alle $x \in D_f$?
- (h) Skizzieren Sie f .

Aufgabe 3 Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte mit Hilfe der Regel von De L'Hospital.

$$(a) \lim_{x \downarrow 0} x^2 (\ln x)^2 \quad (b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos^2 x}{\sin^2 x} \quad (c) \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\tan 3x}{\tan x} \quad (d) \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x(x+2)} - x$$

Aufgabe (Wiederholung) Bestimmen Sie die Menge M aller $x \in \mathbb{R}$, für die gilt $|x^2 + x - 2| > |x|$.

Aufgabe (Stochastik) 4 Bits werden über einen digitalen Kommunikationskanal übertragen. Jedes Bit kann während der Übertragung verzerrt werden oder auch nicht. Die Feststellung, ob ein Bit verzerrt ist oder nicht, ist als Zufallsexperiment aufzufassen.

- a) Was ist der angemessene Ergebnisraum dazu?
- b) Für $j = 1, 2, 3, 4$ sei A_j das Ereignis, dass das j .te Bit verzerrt ist. Man gebe dann die Darstellungen für die folgenden Ereignisse an:

- Eines der ersten 3 Bits ist verzerrt oder das 4.te Bit ist es nicht.
- Das erste und dritte Bit ist verzerrt und noch mindestens ein weiteres.
- Zwei aufeinander folgende Bits sind verzerrt.