Bergische Universität Wuppertal SoSe11
Fachbereich C - Mathematik und Naturwissenschaften
Prof. Dr. G. Herbort
Dipl.-Math. T. Pawlaschyk

16.05.11

Übungen zur Einführung in die Funktionentheorie Blatt 6

Aufgabe 1 Seien $D_1 = D(-2, 2, 3i)$ das Dreieck mit Eckpunkten -2, 2, $3i$ und D_2 der Halbkreis $\Delta_2(0) \cap \{z \in \mathbb{C} : \mathrm{Im} z > 0\}$. Berechnen Sie:

$$\int_{\partial_+ D_i} z^2 \bar{z} dz, \quad i = 1, 2.$$

Aufgabe 2 Seien $a \in \mathbb{C}$, $r > 0$ und γ der Weg, der den Rand der Kreises $\Delta_r(a)$ gegen den Uhrzeigersinn durchläuft. Sei P ein komplexes Polynom. Zeigen Sie:

$$\overline{P'(a)} = \frac{1}{2\pi i r^2} \int_\gamma \overline{P(z)} dz.$$

Aufgabe 3 Sei $[1, i]$ die Strecke von 1 nach i. Sei $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ definiert durch

$$f(w) := \int_{[1,i]} \exp(zw) dz.$$

Zeigen Sie, dass f komplex differenzierbar ist und berechnen Sie das Integral.

Aufgabe 4 Berechnen Sie das Integral $\displaystyle\int_0^\infty \frac{\sin^2 x}{x^2} dx$.

Hinweis: Betrachten Sie das Integral $\int_{\partial_+ A^+(r,R)} \frac{e^{2iz}-1}{z^2} dz$ *für* $r \to 0$ *und* $R \to \infty$, *wobei* $A^+(r, R) = \{z \in \mathbb{C} : r < |z| < R, \ \mathrm{Im} z \geq 0\}$.

Abgabe: 25.05.11 auf D10, Fach Nr. 104

`www.math.uni-wuppertal.de/~herbort`
`www.kana.uni-wuppertal.de`