Bergische Universität Wuppertal SoSe11
Fachbereich C - Mathematik und Naturwissenschaften
Prof. Dr. G. Herbort
Dipl.-Math. T. Pawlaschyk

04.05.11

Übungen zur Einführung in die Funktionentheorie Blatt 5

Aufgabe 1 Gibt es eine nahe 0 holomorphe Funktion f mit $f(z_n) = w_n$, wobei $z_n = \frac{1}{n}$ und

(a) $w_n = \begin{cases} 0, & n \text{ ungerade} \\ \frac{1}{n}, & n \text{ gerade} \end{cases}$,

(b) $w_n = \frac{n}{n+1}$,

(c) $w_n = \frac{1}{n^2}$,

(d) $w_n = (-1)^n \frac{1}{n^2}$?

Aufgabe 2 Sei $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ eine ganze Funktion. Seien $A, B > 0$ und $k \in \mathbb{N}$ mit

$$|f(z)| \leq A + B|z|^k.$$

Zeigen Sie: f ist ein Polynom vom Grad $\leq k$.

Aufgabe 3 Sei P ein nicht-konstantes, komplexes Polynom vom Grad n. Sei $r > 0$.

(a) Zeigen Sie, dass $K := \{z \in \mathbb{C} : |P(z)| = r\}$ kompakt ist.

(b) Zeigen Sie, dass $\mathbb{C} \setminus K$ nicht mehr als n Zusammenhangskomponenten besitzt.

Aufgabe 4 (a) Sei f holomorph auf einem Gebiet $G \subset \mathbb{C}$. Zeigen Sie: Nimmt Ref auf G ein lokales Maximum an, so ist f konstant.

(b) Seien f, g holomorphe Funktionen nahe des Abschlusses der Einheitskreisscheibe $\overline{\Delta_1(0)}$. Zeigen Sie, dass dann die Funktion $h(z) := |f(z)| + |g(z)|$ ihr Maximum in $\overline{\Delta_1(0)}$ auf dem Rand $\partial\Delta_1(0)$ annimmt.

Abgabe: Mi, 18.05.11 auf D10, Fach Nr. 104

`www.math.uni-wuppertal.de/~herbort`
`www.kana.uni-wuppertal.de`