

## Analysis II (SS 2011)

### Übungsblatt 12

#### Aufgabe 1. (Differentialgleichungen mit getrennten Variablen)

Finden Sie Lösungen der folgenden Differentialgleichungen zu beliebigen Anfangswerten  $\varphi(x_0) = y_0$ ,  $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$ .

a)

$$y' = (1+x)(1+y)$$

b)

$$y' = xy^2$$

#### Aufgabe 2. (Lineare Differentialgleichungen)

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der folgenden linearen Differentialgleichungen.

a)

$$y' = -(\tan x) \cdot y$$

b)

$$y' = x - 2y$$

#### Aufgabe 3. (Homogene Differentialgleichungen)

Wir betrachten die Differentialgleichung

$$y' = \frac{y}{x} + \frac{x}{y}$$

für  $x < 0$  und  $y > 0$ . Verwenden Sie die Substitution  $z = y/x$  bzw.  $\psi = \varphi/x$  aus der Vorlesung, um eine Differentialgleichung mit getrennten Variablen zu erhalten und lösen Sie diese Gleichung.

#### Aufgabe 4. (Lineare Differentialgleichungssysteme)

Gegeben sei das folgende Anfangsproblem:

$$\begin{pmatrix} y_0' \\ y_1' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_0 + x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y_0 \\ y_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ x \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} y_0(0) \\ y_1(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die ersten drei Schritte des Picard-Lindelöfschen Iterationsverfahrens, formulieren Sie eine Vermutung für die  $n$ -te Iteration und finden Sie so eine Lösung des Problems.

---

Dieses Übungsblatt wird nicht mehr abgegeben und korrigiert. Versuchen Sie dennoch, die Aufgaben mit Hilfe der Verfahren aus der Vorlesung zu bearbeiten. Die Aufgaben werden in der letzten Vorlesung besprochen.