Bergische Universität Wuppertal
Fachbereich C
Mathematik/Naturwissenschaften

Prof. Dr. H. Pecher

Nachklausur zur **Analysis I**

SS 08

21. 7. 2008, 14.00-16.00 Uhr

Aufgabe 1 (3 P.): Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion:

$$\sum_{k=1}^{n}(2k-1) = n^2 \ .$$

Aufgabe 2 (6 P.): Bestimmen Sie die Konvergenzradien der folgenden Potenzreihen und untersuchen Sie das Konvergenzverhalten an den Rändern:

(a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{2\,n!} x^n$, (2P)

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(-1)^n}{nc^n}(5x)^n$ für $c > 0$. (4P)

Aufgabe 3 (8 P.): Bestimmen Sie die Extremstellen der Funktionen $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) := -x^2 \exp(x)$. Handelt es sich dabei um lokale oder globale Extrema?

Aufgabe 4 (5 P.): Entwickeln Sie die Funktion $f(x) = (1+x)^{-2}$ um den Punkt $x_0 = 0$ in eine Taylorreihe. (Konvergenzbetrachtungen sind nicht erforderlich.)

Aufgabe 5 (6 P.): Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(a) $\int_0^1 \frac{x}{1+x^2}$, (2P)

(b) $\int_0^\pi \exp(x)\sin(x)$. (4P)

Aufgabe 6 (4 P.): (a) Geben Sie eine Folge an, die beschränkt ist aber nicht konvergent.

(b) Geben Sie eine Nullfolge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ an, so daß die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ divergiert.

(c) Geben Sie ein Funktion an, die stetig ist aber nicht differenzierbar.

(d) Geben Sie eine Funktion an, die stetig ist aber nicht gleichmäßig stetig.