

## Analysis I (WS 2010/2011)

### Übungsblatt 4

**Aufgabe 1.** Untersuchen Sie die folgenden Aussagen auf ihren Wahrheitsgehalt. Geben Sie jeweils einen Beweis oder ein Gegenbeispiel an.

- Wenn die Reihe  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  konvergiert, dann konvergiert die Reihe  $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$  absolut.
- Wenn die Reihe  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  absolut konvergiert, dann konvergiert die Reihe  $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ .
- Wenn die Reihe  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  divergiert, dann divergiert auch die Reihe  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ .
- Wenn die Reihe  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  konvergiert, dann konvergiert auch die Reihe  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ .
- Wenn die Reihe  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  absolut konvergiert, dann konvergiert die Reihe  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$  absolut.

**Aufgabe 2.** Stellen Sie für die folgenden Reihen fest, ob sie konvergent sind.

- $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n} \right)$
- $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{n+1} \cdot \frac{n-1}{n} \right)$
- $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{-1}{3} \right)^{3n}$
- $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2}{3 + (-1)^n} \right)^n$
- $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2}{4 + (-1)^n} \right)^n$

**Aufgabe 3.**

Zeigen Sie, dass jede Folge reeller Zahlen eine monotone Teilfolge enthält.

*Bitte wenden.*

**Aufgabe 4.** Stellen Sie für die folgenden Reihen fest, ob sie konvergent sind.

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( (1 - (-1)^n)^{(-1)^n} \right)^n$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 \cdot (n+5)^7}{7 \cdot 5^{n+3}}$

c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \sqrt{n+1} - \sqrt{n} \right)$

d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$

---

**Wichtige Hinweise:** Die Abgabe soll in 3er Gruppen erfolgen. Die Partner eines solchen Teams müssen nicht in der selben Übungsgruppe sein! Tackern Sie Ihre Abgabe zusammen, und vergessen Sie nicht Ihre Namen, Matrikelnummern **und Übungsgruppe** auf der ersten Seite zu vermerken.

Beweisen Sie stets alle Ihre Behauptungen detailliert!

**Abgabe** dieses Blattes muss bis **Mittwoch, den 17.11.2010, 10 Uhr**, in das Postfach einer Ihrer Übungsgruppen auf Flur D.13 erfolgen. Bitte klären Sie mit den Leitern der Übungsgruppen, in welches Fach Sie einwerfen.