Prof. Dr. N. Shcherbina
Dr. J. Ruppenthal
Bergische Universität Wuppertal

# Analysis I (WS 2010/2011)

## Übungsblatt 1

**Aufgabe 1.**

a) Zeigen Sie durch vollständige Induktion, dass

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = 1 - \frac{1}{n+1} \qquad \text{für} \quad n \geq 1,$$

$$\sum_{k=m}^{n} \binom{k}{m} = \binom{n+1}{m+1} \qquad \text{für} \quad n \geq m.$$

b) Suchen Sie für die Menge der natürlichen Zahlen

$$\{n \in \mathbb{N} : 3^n > 2n^3\}$$

eine möglichst einfache Beschreibung und beweisen Sie die aufgestellte Behauptung.

**Aufgabe 2.**

Beschreiben Sie die folgenden Mengen reeller Zahlen in möglichst einfacher Form:

a) $\{x \in \mathbb{R} : |x-1| = |x-3|\}$
b) $\{x \in \mathbb{R} : x^2 - x + 10 > 16\}$
c) $\{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{2} + \frac{1}{1-x} > 0\}$
d) $\{x \in \mathbb{R} : |x-1| + |x-2| > 1\}$
e) $\{x \in \mathbb{R} : \left|\frac{x-1}{x+1}\right| = 2\}$

Beweisen Sie Ihre Behauptungen!

**Aufgabe 3.**

Für zwei beliebige Mengen $A$ und $B$ definieren wir die symmetrische Differenz $A \triangle B$ durch:

$$A \triangle B := \{x : (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \notin A \wedge x \in B)\}.$$

a) Zeigen Sie, dass die symmetrische Differenz kommutativ und assoziativ ist.

b) Vereinfachen Sie den Ausdruck

$$(A \triangle B) \cap (B \triangle C) \cap (C \triangle A)$$

und beweisen Sie Ihre Behauptung.

**Aufgabe 4.**

Beweisen Sie für beliebige Mengen $A$ und $B$ die folgenden Aussagen:

a)

$$(A - B) \cup B = A \quad \Leftrightarrow \quad B \subset A.$$

b)

$$A \cup B = (A - B) \cup (A \cap B) \cup (B - A).$$

---

**Wichtige Hinweise:** Notieren Sie Ihre Lösungen bitte leserlich, tackern Sie Ihre Abgabe zusammen, und vergessen Sie nicht Ihre Namen und Matrikelnummern auf der ersten Seite zu vermerken. Die Abgabe soll in 3er Gruppen erfolgen.

Beweisen Sie stets alle Ihre Behauptungen detailliert!

**Abgabe** dieses Blattes muss bis **Mittwoch, den 27.10.2010, 10 Uhr,** in das Postfach Ihrer Übungsgruppe auf Flur D.13 erfolgen.