

BERGISCHE UNIVERSITÄT WUPPERTAL
Fachbereich C Mathematik und Naturwissenschaften

Übungen zur Analysis II WS 2011/2012
Übungsblatt 8

Prof. Dr. Hartmut Pecher

Abgabe: 14.12.2011 10 Uhr

Aufgabe 1 a) Berechnen Sie das Integral $\int_{-1}^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} x^2(x^2 + y^2)^2 dy dx$ mit Hilfe von Polarkoordinaten.

b) Sei $G := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2 \text{ und } y \geq 0\}$. Berechnen Sie $\int_G e^{x^2+y^2} dx dy$.

Aufgabe 2 Aus dem Rotationsparaboloid, das von oben durch $z = 1 - x^2 - y^2$ und von unten durch $z = 0$ begrenzt wird, soll ein Zylinder mit der Achse $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = 1/2 \text{ und } y = 0\}$ und dem Radius $\rho = 1/2$ herausgenommen werden. Berechnen Sie das Volumen des Reststückes.

Aufgabe 3 Berechnen Sie das Volumen des Ellipsoids

$$E := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1\}.$$

Aufgabe 4 Berechnen Sie das Volumen des dreidimensionalen Einheitssimplex $\Delta^3 := \{x \in \mathbb{R}^3 : x_1, x_2, x_3 \geq 0, x_1 + x_2 + x_3 \leq 1\}$ mit Hilfe der Simplexkoordinaten $\Phi: [0, 1]^3 \rightarrow \Delta^3$, $\Phi(u_1, u_2, u_3) := (u_1(1 - u_2), u_1 u_2(1 - u_3), u_1 u_2 u_3)$.