

BERGISCHE UNIVERSITÄT WUPPERTAL  
Fachbereich C Mathematik und Naturwissenschaften

Übungen zur Analysis II WS 2011/2012  
Übungsblatt 7

Prof. Dr. Hartmut Pecher

Abgabe: 07.12.2011 10 Uhr

---

**Aufgabe 1** Berechnen Sie für  $0 < a < b$  das Integral

$$I := \int_0^1 \frac{x^a - x^b}{\log x} dx,$$

indem Sie auf die Funktion  $f(x, y) = x^y$  den Satz von Fubini anwenden.

**Aufgabe 2** Berechnen Sie das Volumen des Kegels

$$K := \{x \in \mathbb{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \leq x_3^2, 0 \leq x_3 \leq b\}.$$

**Aufgabe 3** Überprüfen Sie ob das Integral

$$\int_{[-1,1] \times \mathbb{R}} \frac{yx^3}{ey^2} dx dy$$

existiert und berechnen Sie es gegebenenfalls.

**Aufgabe 4** a) Sei  $f: [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  definiert durch

$$f(x, y) := \begin{cases} 1/y^2, & \text{falls } 0 < x < y \leq 1 \\ -1/x^2, & \text{falls } 0 < y < x \leq 1 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}.$$

Berechnen Sie  $\int_0^1 \left( \int_0^1 f(x, y) dx \right) dy$  und  $\int_0^1 \left( \int_0^1 f(x, y) dy \right) dx$ .

b) Sei  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definiert durch

$$f(x, y) := \begin{cases} \frac{xy}{(x^2+y^2)^2}, & \text{falls } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{falls } (x, y) = (0, 0) \end{cases}.$$

Zeigen Sie, dass  $\int_{\mathbb{R}} \left( \int_{\mathbb{R}} f(x, y) dx \right) dy$  und  $\int_{\mathbb{R}} \left( \int_{\mathbb{R}} f(x, y) dy \right) dx$  existieren und übereinstimmen, dass  $f$  selbst aber nicht über  $\mathbb{R}^2$  integrierbar ist.